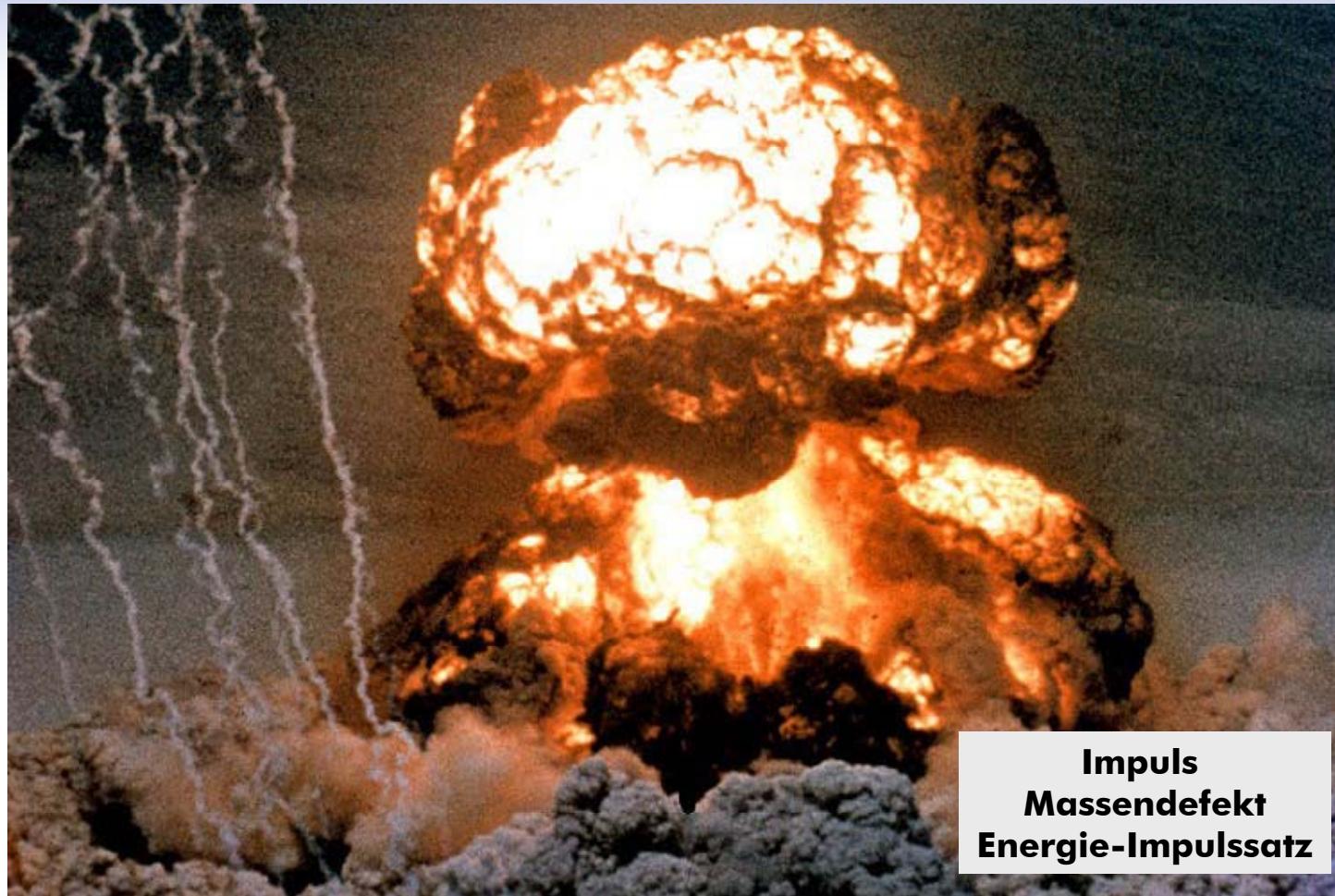


Nach der in dieser entwickelten Auffassung ist
der Satz von der Konstanz der Masse ein Spezialfall des Energieprinzips
Das Prinzip von der Erhaltung der Schwerpunktsbewegung und die Trägheit der Energie
Albert Einstein, Ann. Phys. 20, 627 (1906)

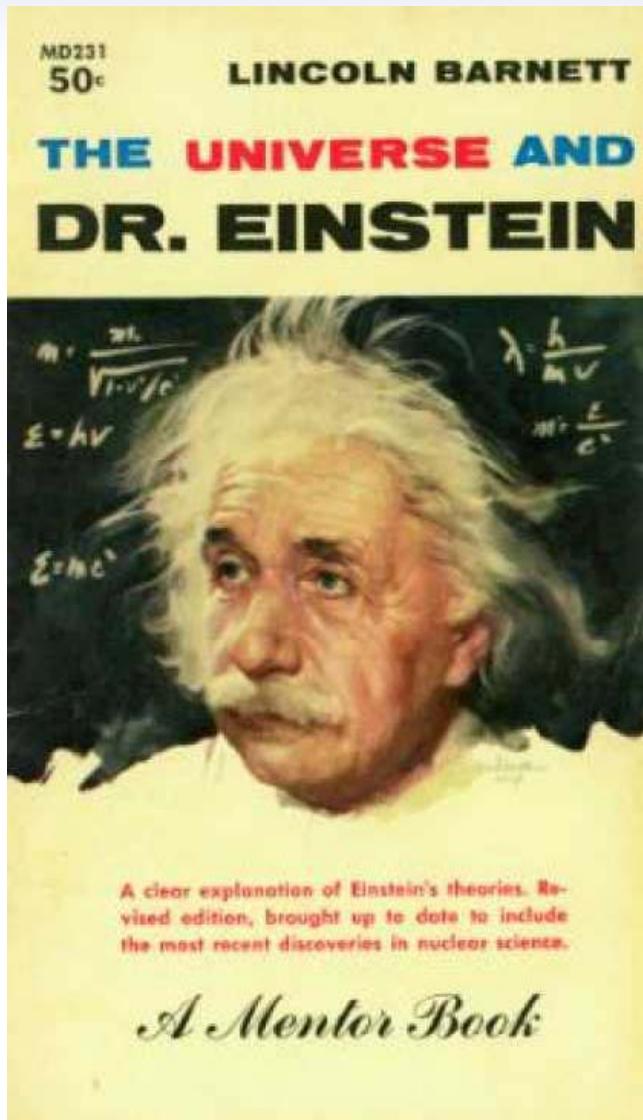


$$E=mc^2$$

Extrablatt

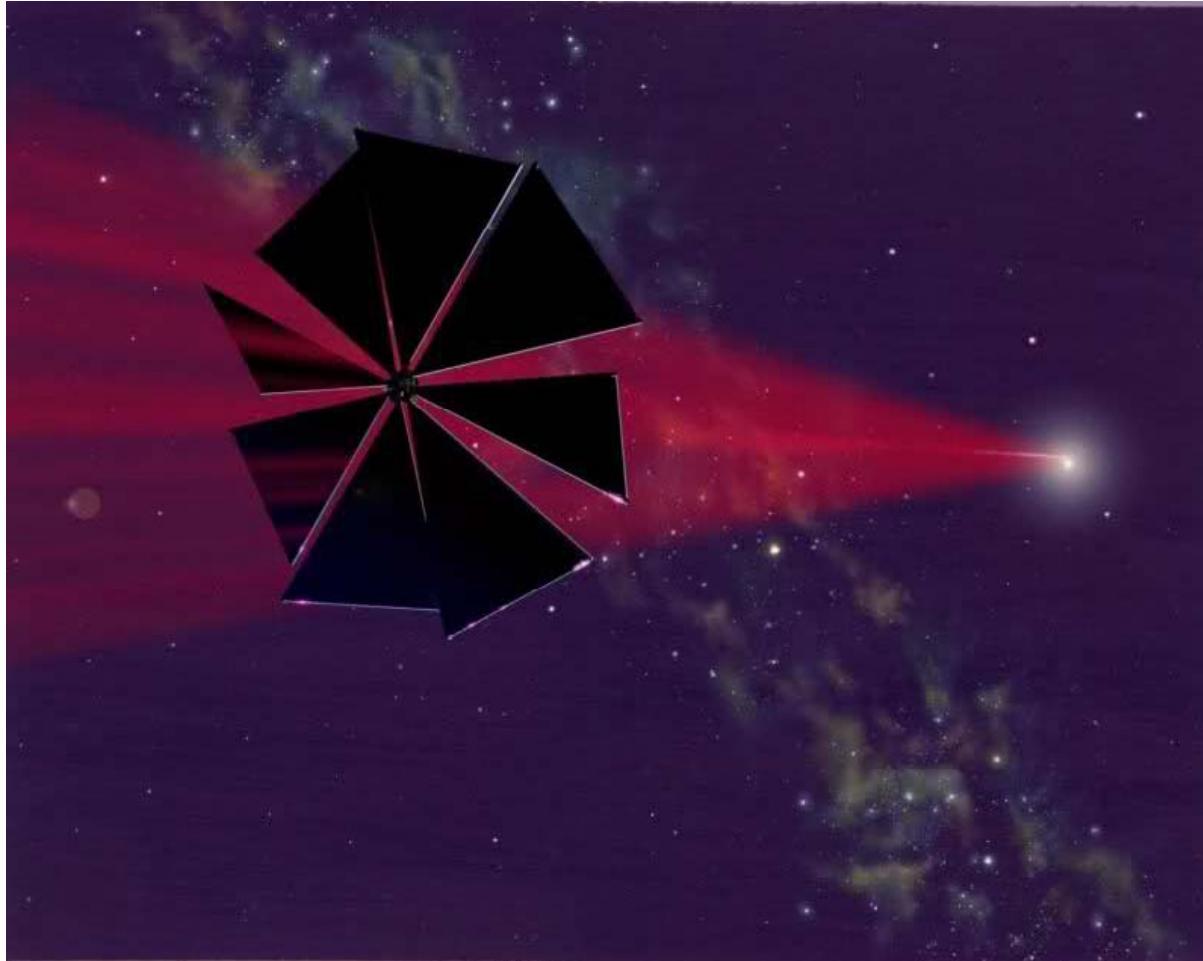
Brief an den Herausgeber des LIFE Magazines 19. Juni 1948

Albert Einstein an Lincoln Barnett



Es ist nicht von der Masse M eines bewegten Körpers zu sprechen, da für M keine klare Definition gegeben werden kann. Man beschränke sich besser auf die Ruhe-Masse. Daneben kann man ja den Ausdruck für Momentum und Energie geben, wenn man dass Trägheitsverhalten rasch bewegter Körper angeben will.

Thema $E=mc^2$
Lichtimpuls





relativistisch betrachtet Impulserhaltung

Impuls in klassischer Mechanik

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Teilchen bewegt sich mit gewisser Geschwindigkeit

Symptome

- in Waggon wird an linker Wand Lichtpuls mit Energie E und Impuls $p=E/c$ ausgelöst
- Waggon bewegt sich aufgrund Impulserhaltung nach links
- linke Wand bewegt sich dem Lichtpuls entgegen
- am anderen Ende des Zugabteils wird Licht absorbiert

Dimensionskontrolle

$$[p_{light}] = \left[\frac{E_{light}}{c} \right] = \left[\frac{\text{Nm}}{\text{m/s}} \right] = \left[\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} \text{s} \right] = \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

klassische Mechanik

$$[p_{light}] = \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = [mv]$$

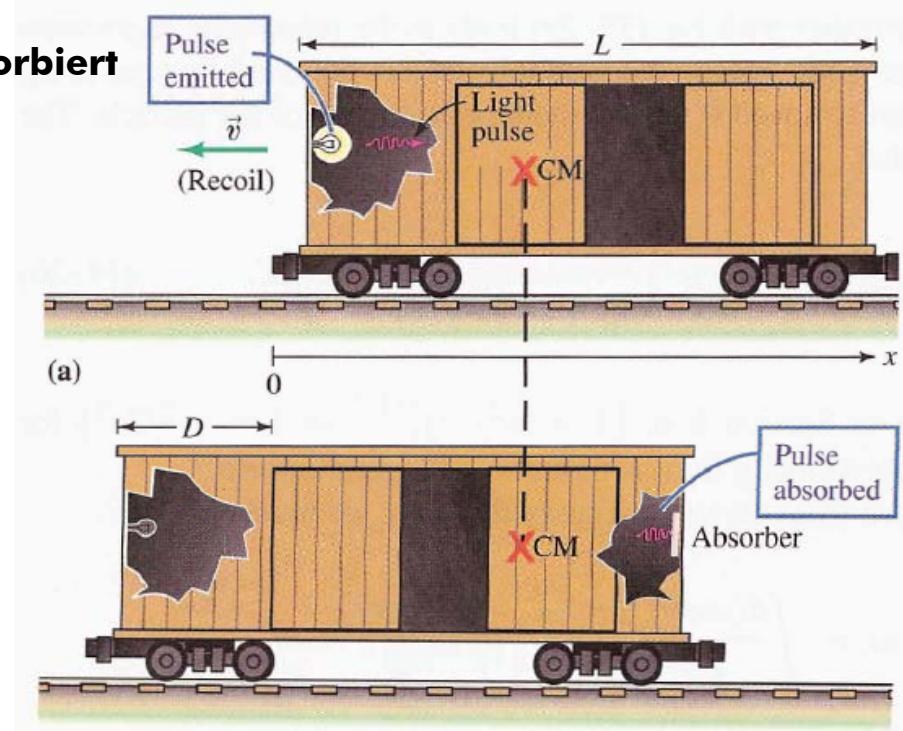
IMPULSERHALTUNG

Impuls Licht

Impuls Zugwaggon

1

$$\frac{E_{light}}{c} = m_{Waggon} v_{Waggon}$$



Diagnose

Es gilt Impulserhaltung, wie aus klassischer Mechanik bekannt



relativistisch betrachtet Impulserhaltung

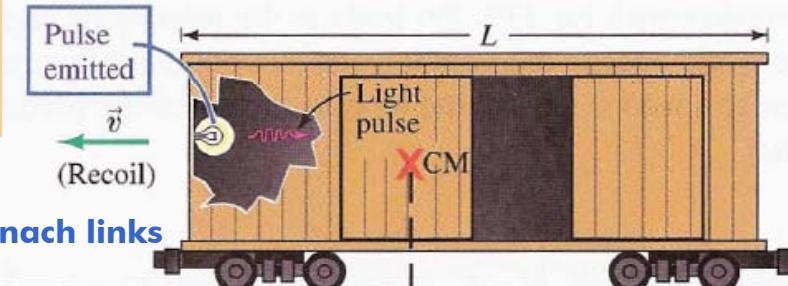
Lichtweg zwischen Emission und Absorption wird kürzer

$$ct_{light} = L_{Waggon} - v_{Waggon} t_{light}$$

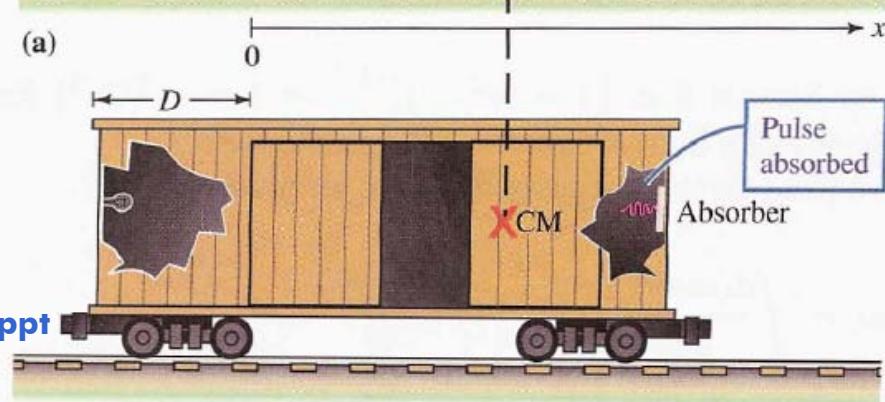
$$t_{light} = \frac{L_{Waggon}}{c + v_{Waggon}} = \frac{L_{Waggon}}{c + \frac{E_{light}}{m_{Waggon}c}}$$

aus Impulserhaltung
Zeitspanne zwischen Emission und Absorption

$$\textcircled{1} \quad v_{Waggon} = \frac{E_{light}}{m_{Waggon}c}$$



Waggon bewegt sich nach links



Waggon stoppt

Strecke, die Waggon zwischen Emission und Absorption zurück legt

$$D_{Waggon} = v_{Waggon} t_{light} = \frac{E_{light}}{m_{Waggon}c} \left(\frac{L_{Waggon}}{c + \frac{E_{light}}{m_{Waggon}c}} \right) = \frac{E_{light} L_{Waggon}}{m_{Waggon}c^2 + \frac{m_{Waggon}c E_{light}}{m_{Waggon}c}} = \frac{E_{light} L_{Waggon}}{E_{light} + m_{Waggon}c^2}$$

②

Diagnose

Wagen stoppt an ANDERER Stelle aufgrund Impulserhaltung

relativistisch betrachtet Impulserhaltung

mechanik
Miesięcznik Naukowo-Techniczny

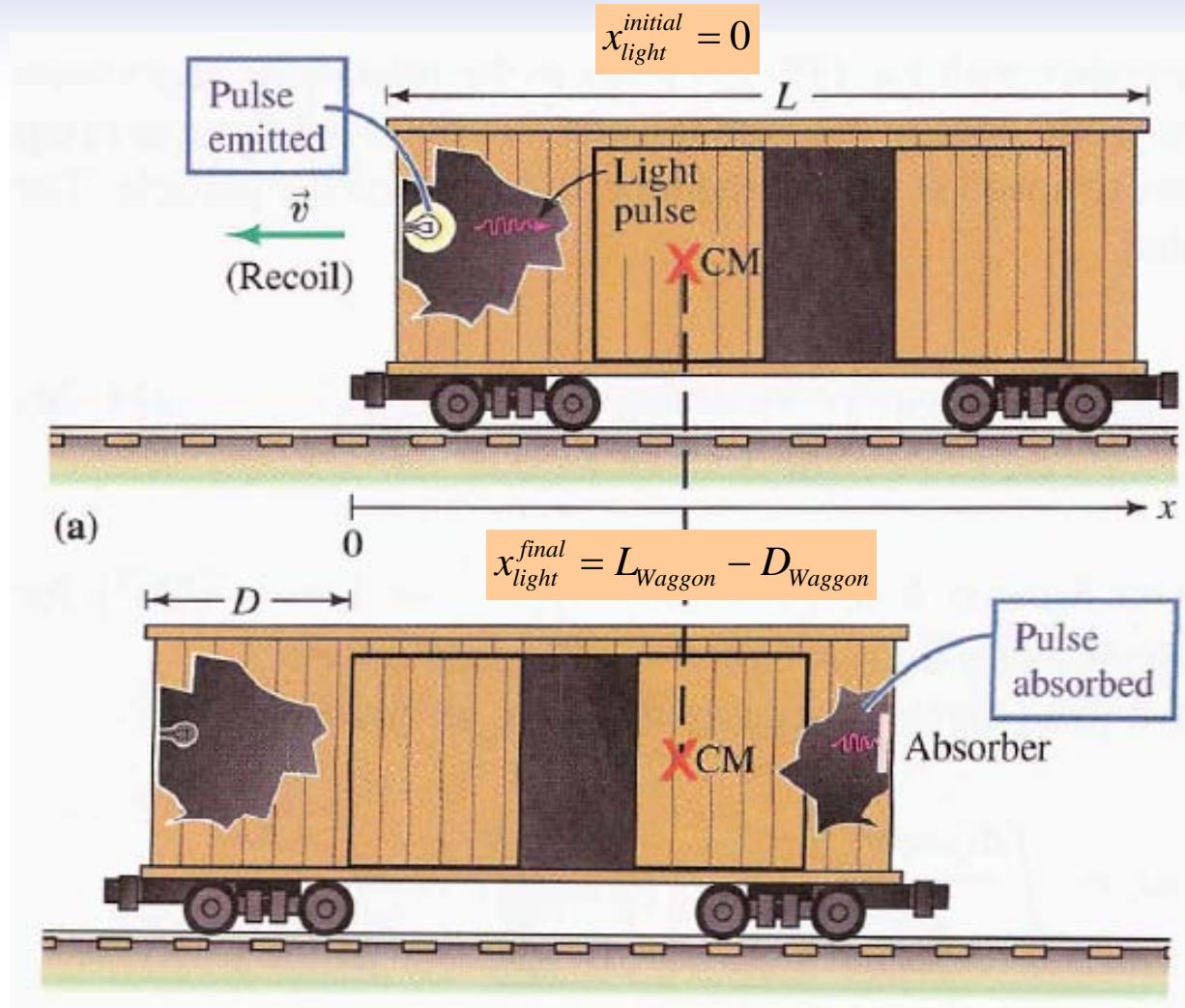
Definition Schwerpunkt für zwei Punktmassen

$$CoM = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$



DAS EXPERIMENT
Impulserhaltung
Hebelgesetz
Besen

Schwerpunkt Waggons vor Emission Lichtpulses
 $CoM_{Waggon}^{initial} = L_{Waggon} / 2$



Diagnose

Wenn Impulserhaltung gilt, bewegt sich Schwerpunkt Wagon nicht

relativistisch betrachtet

Impulserhaltung

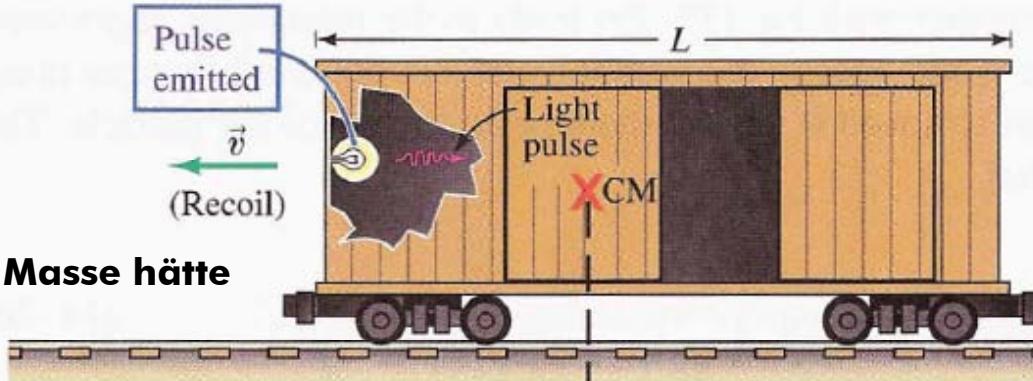
Symptome

Wenn Licht die physikalische Eigenschaft Masse hätte

vorher

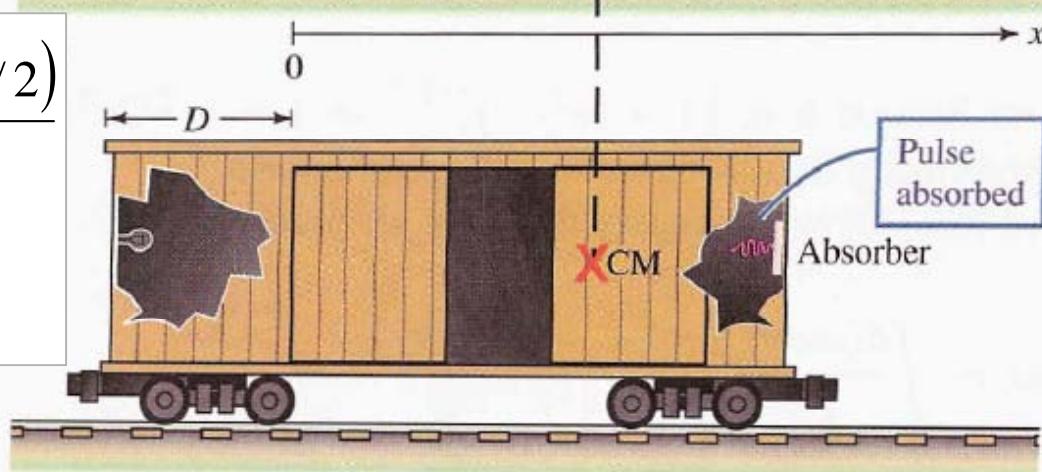
$$CoM_{Waggon}^{initial} = \frac{\mu_{light} \cdot 0 + m_{Waggon} (L_{Waggon} / 2)}{\mu_{light} + m_{Waggon}}$$

$$CoM_{Waggon}^{initial} = \frac{m_{Waggon} (L_{Waggon} / 2)}{\mu_{light} + m_{Waggon}}$$



nachher

$$CoM_{Waggon}^{final} = \frac{\mu_{light} (L_{Waggon} - D_{Waggon}) + m_{Waggon} (L_{Waggon} / 2 - D_{Waggon})}{\mu_{light} + m_{Waggon}}$$



Da IMPULSERHALTUNG immer gilt, muss folgende Gleichung erfüllt sein

$$CoM_{Waggon}^{initial} = CoM_{Waggon}^{final}$$

Zwar hat sich der Wagen bewegt, aber der Schwerpunkt des Gesamtsystems hat sich in dem Vorgang NICHT bewegt

Diagnose

- tatsächlich hat sich Wagen bewegt, obwohl das Photon keine Masse hat
- Lichtpuls muss man äquivalente Masse μ zuschreiben

relativistisch betrachtet Impulserhaltung

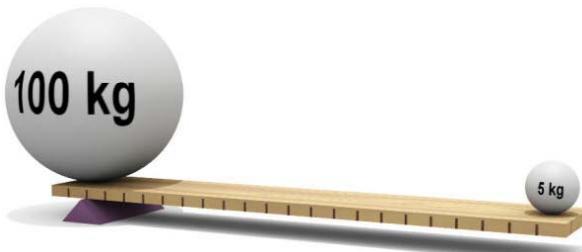
$$CoM_{Waggon}^{initial} = \frac{m_{Waggon}(L_{Waggon}/2)}{\mu_{light} + m_{Waggon}} \stackrel{\text{Gleichung umstellen und nach äquivalenter Masse } \mu_{light} \text{ auflösen}}{=} \frac{\mu_{light}(L_{Waggon} - D_{Waggon}) + m_{Waggon}(L_{Waggon}/2 - D_{Waggon})}{\mu_{light} + m_{Waggon}} = CoM_{Waggon}^{final}$$

$$m_{Waggon}(L_{Waggon}/2) = \mu_{light}(L_{Waggon} - D_{Waggon}) + m_{Waggon}(L_{Waggon}/2 - D_{Waggon})$$

$$\frac{m_{Waggon}L_{Waggon}}{2} = \mu_{light}L_{Waggon} - \mu_{light}D_{Waggon} + \frac{m_{Waggon}L_{Waggon}}{2} - m_{Waggon}D_{Waggon}$$

$$0 = \mu_{light}L_{Waggon} - \mu_{light}D_{Waggon} - m_{Waggon}D_{Waggon}$$

$$0 = \mu_{light}(L_{Waggon} - D_{Waggon}) - m_{Waggon}D_{Waggon}$$



3 Äquivalente Masse des Lichts

$$\mu_{light} = \frac{m_{Waggon}D_{Waggon}}{L_{Waggon} - D_{Waggon}}$$

Diagnose

- Äquivalente Masse des Lichts berechnet mit makroskopisch messbaren Größen
- aus diesem Ausdruck werden wir jetzt die Einsteingleichung abzuleiten

relativistisch betrachtet

Impulserhaltung

Symptome

Wegstrecken mit bekannten Parameter ausdrücken

$$D_{\text{Waggon}} \stackrel{\textcircled{2}}{=} \frac{E_{\text{light}} L_{\text{Waggon}}}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2}$$



Wegstrecke zwischen Emission und Absorption

$$L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}} = L_{\text{Waggon}} - \frac{E_{\text{light}} L_{\text{Waggon}}}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2}$$

$$L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}} = L_{\text{Waggon}} \left(1 - \frac{E_{\text{light}}}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2} \right)$$

$$L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}} = L_{\text{Waggon}} \left(\frac{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2} - \frac{E_{\text{light}}}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2} \right)$$

$$L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}} = L_{\text{Waggon}} \left(\frac{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2 - E_{\text{light}}}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2} \right)$$

④ Wegstrecke zwischen Emission und Absorption

$$L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}} = \frac{L_{\text{Waggon}} m_{\text{Waggon}} c^2}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2}$$

relativistisch betrachtet

Impulserhaltung

$$D_{Waggon} \textcircled{2} = \frac{E_{light} L_{Waggon}}{E_{light} + m_{Waggon} c^2}$$

$$\textcircled{4} L_{Waggon} - D_{Waggon} = \frac{L_{Waggon} m_{Waggon} c^2}{E_{light} + m_{Waggon} c^2}$$

Äquivalente Masse des Lichts

$$\mu_{light} = \frac{m_{Waggon} D_{Waggon}}{L_{Waggon} - D_{Waggon}}$$

3

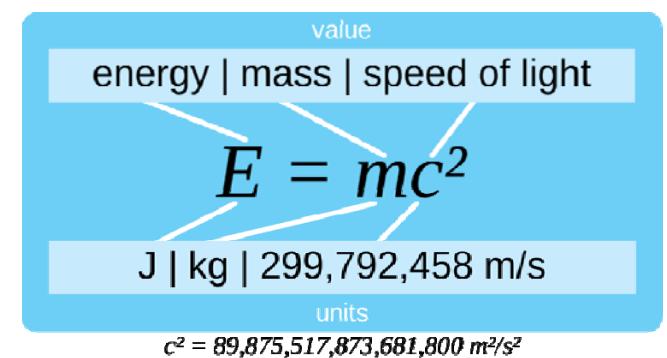
$$\mu_{light} = \frac{\frac{m_{Waggon} E_{light} L_{Waggon}}{E_{light} + m_{Waggon} c^2}}{\frac{L_{Waggon} m_{Waggon} c^2}{E_{light} + m_{Waggon} c^2}}$$

$$\mu_{light} = \frac{m_{Waggon} E_{light} L_{Waggon}}{L_{Waggon} m_{Waggon} c^2}$$

Masse–Energie Beziehung

$$E_{light} = \mu_{light} c^2$$

$$\mu_{light} = \frac{E_{light}}{c^2}$$



Diagnose

- **Masse und Energie sind austauschbare Konzepte**
- **jedem Objekt mit Masse kann eine Ruheenergie zugeordnet werden**

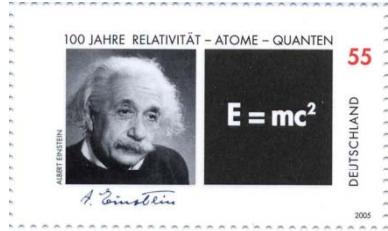


relativistisch betrachtet

Energie

Symptome

Nur im Ruhesystem des Körpers wird Masse eines Objekts richtig bestimmt



Einstiens Energiegleichung

$$E_0 = m_{\text{Ruhemasse}} c^2$$

Ruheenergie

relativistische Einheit der Masse

$$[m_0] = \left[\frac{\text{Ruheenergie}}{\text{Lichtgeschwindigkeit}^2} \right] = \left[\frac{\text{eV}}{c^2} \right]$$

Ruhemasse des Elektrons

$$m_e = 511 \frac{\text{keV}}{c^2}$$

Umrechnung

$$m_{\text{proton}} = \frac{\text{atomic mass unit}}{1 \text{ amu}} = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$1 \text{ eV} = \frac{\text{Energieeinheit der Atomphysik}}{\text{SI-Einheit}} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$c^2 = \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 931.5 \frac{\text{MeV}}{\text{amu}}$$

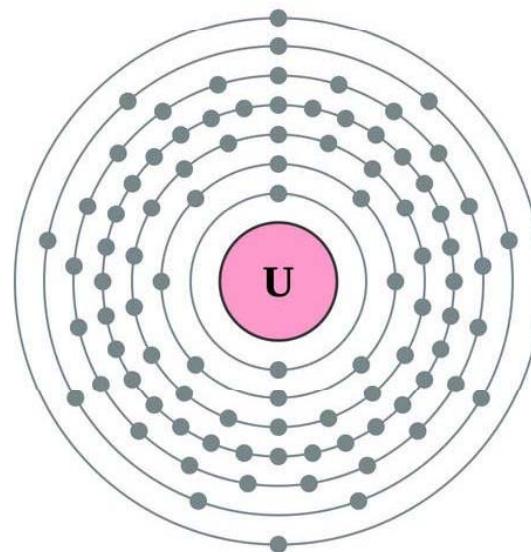
Energieeinheit der Elementarteilchenphysik

Diagnose

- Ruhemasse ist Masse eines Objekts in seinem RUHESYSTEM
- $E=m_0c^2$ ist potenzielle Energie eines Körpers, genannt seine RUHEENERGIE

physikalisch relevant
Ruheenergie

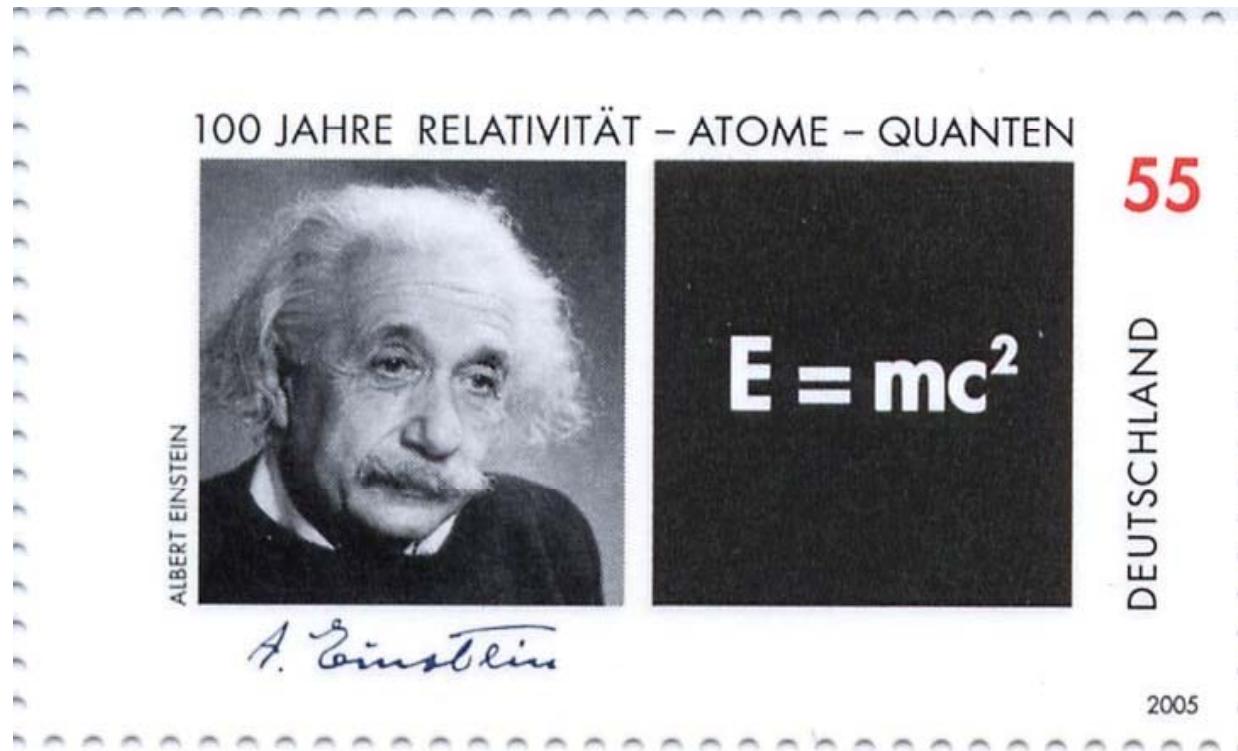
Objekt	Masse	Ruheenergie	
		in SI-Einheiten	auch mal in anderen Energieeinheiten
Elektron	$9.11 \cdot 10^{-31}$ kg	$8.19 \cdot 10^{-14}$ J	511 keV
Proton	$1.67 \cdot 10^{-27}$ kg	$1.5 \cdot 10^{-10}$ J	938 MeV
Uranatom	$3.95 \cdot 10^{-25}$ kg	$3.55 \cdot 10^{-8}$ J	226 GeV
Staubteilchen	$1 \cdot 10^{-13}$ kg	$1 \cdot 10^4$ J	2 kcal
Cent	$3 \cdot 10^{-3}$ kg	$2.8 \cdot 10^{14}$ J	78 GW · h



Extrablatt

Einstiens Bemerkungen $E=mc^2$

**Es existiert vorläufig nicht der leiseste Anhalt dafür,
ob und wann jemals diese Energiegewinnung erzielt werden könnte (1920)**



Einige neuere Untersuchungen von Enrico Fermi und Leo Szilard, die mir im Manuskript zugänglich wurden, lassen mich erwarten, daß das Element Uran zu einer neuen und wichtigen Energiequelle in der unmittelbaren Zukunft werden kann... (1939)

Extrablatt

Welche Abmessungen hat das Elektron?

Symptome

Tatsächliche Größe des Elektrons kann nicht experimentell bestimmt werden

Wie groß ist das Elektron?

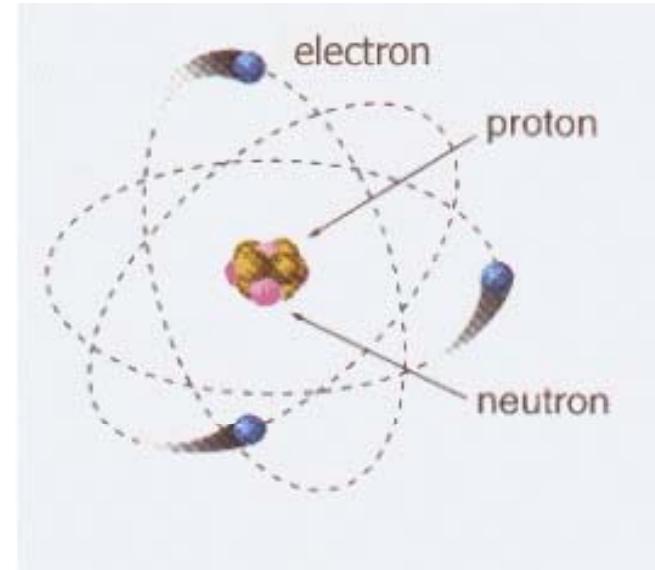
Einstein Energiegleichung meets Coulombpotenzial

$$\frac{U_e}{\text{Coulombpotenzial}} = \frac{E_{mc^2}}{\text{Einsteingleichung}}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_e} = m_e c^2$$

$$r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e c^2} = 0.28 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

Radius des Elektrons



Diagnose

Aus den Naturkonstanten kann die Größe fundamentaler Größen bestimmt werden

relativistisch betrachtet

Impuls

Symptome

- Erhaltungssätze wie Energie- und Impulserhaltung sind die Eckpfeiler der Physik
- gilt Impulserhaltung, wenn sich Beobachter in unterschiedlichen Bezugssystem befinden?



Newton'scher Impuls in klassischer Physik

$$p_{\text{classical}} = m_{\text{object}} v_{\text{object}}$$

$$p_{\text{classical}} = m_{\text{object}} \frac{\Delta x_{\text{object}}}{\Delta t}$$

Einstein sagt: Nur im Ruhesystems des Objektes wird physikalische Größe richtig bestimmt

$$p_{\text{SRT}} = m_{\text{object}} \frac{\Delta x_{\text{object}}}{\Delta t_{\text{ruhend}}} = m_{\text{object}} \frac{\Delta x_{\text{object}}}{\Delta t_{\text{bewegt}}} \frac{\Delta t_{\text{bewegt}}}{\Delta t_{\text{ruhend}}}$$

Eigenzeit

$$p_{\text{SRT}} = m_{\text{object}} \frac{\Delta t_{\text{bewegt}}}{\Delta t_{\text{ruhend}}} \frac{\Delta x_{\text{object}}}{\Delta t_{\text{bewegt}}} = \gamma_{\text{SRT}} m_{\text{object}} \frac{\Delta x_{\text{object}}}{\Delta t_{\text{bewegt}}}$$

$\Delta t_{\text{bewegt}} = \gamma_{\text{SRT}} \Delta t_{\text{ruhend}}$

Geschwindigkeit Teilchen

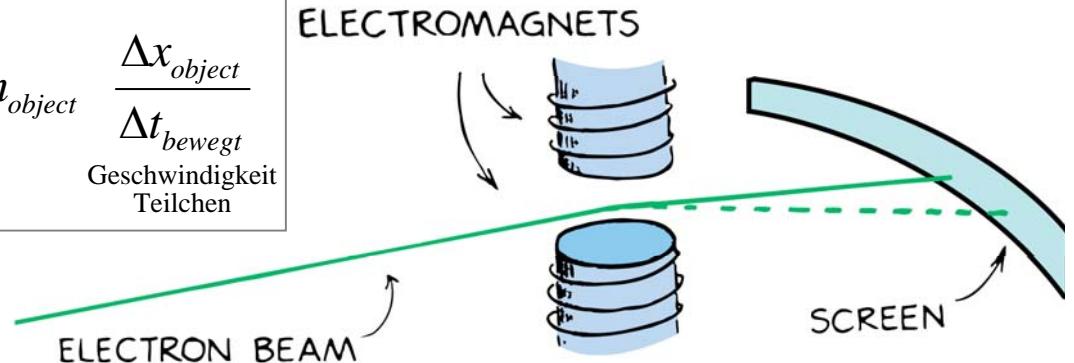
relativistischer Impuls

$$p_{\text{SRT}} = \gamma_{\text{SRT}} m_{\text{object}} v_{\text{object}}$$

Landmarke der Physik
Impulserhaltungssatz

$$p_{\text{initial}} = p_{\text{final}}$$

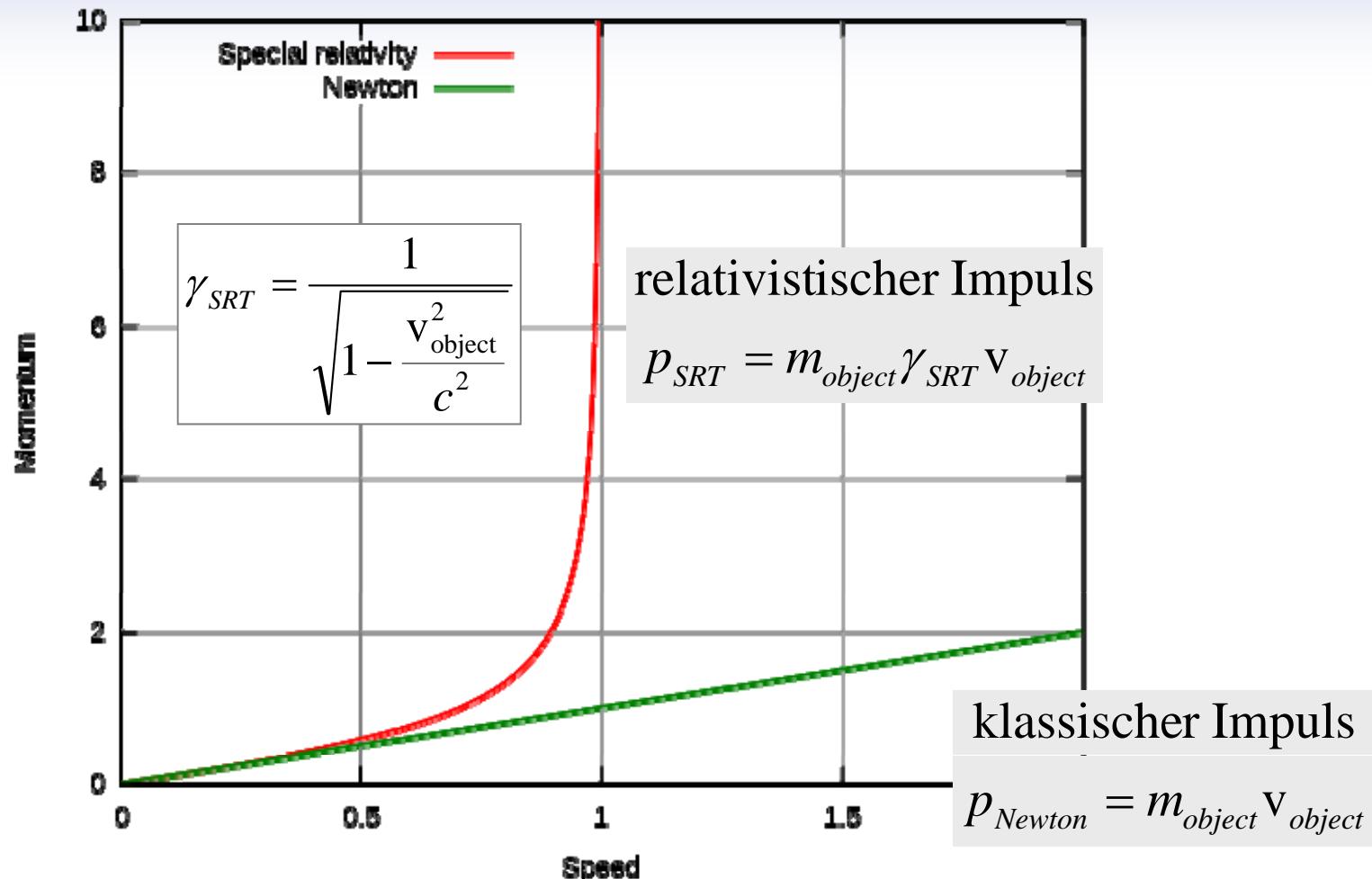
Impulsanalyse im Magnetfeld



Diagnose

- im Gegensatz zu klassischer Physik strebt p_{SRT} gegen Unendlich bei hohen Geschwindigkeiten
- relativistische Version garantiert Impulserhaltung in allen Bezugssystemen

relativistische Missverständnisse



- Masse eines Körpers verändert sich **NICHT** mit der Geschwindigkeit
- Beobachter kann Masse eines ruhenden Körpers über Gravitation bestimmen
- Masse bewegter Körper kann unabhängig vom Impuls bestimmt werden

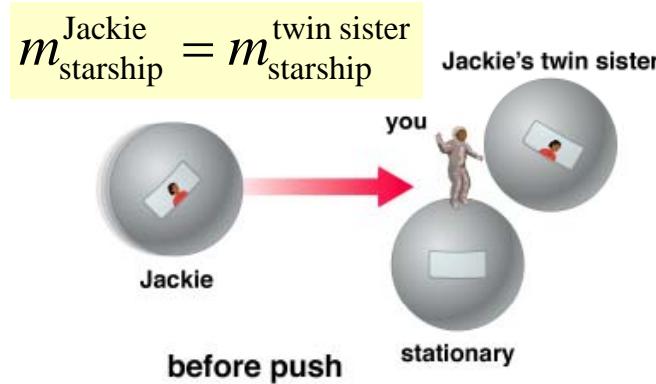
relativistischer Anschub Kraftstoß

Symptome

- Kraftstoß beschreibt kennzeichnet zeitliche Wirkung einer Kraft auf Körper
- gleicher Impuls von Beobachter auf ruhenden und bewegten Körper mit jeweils gleicher Masse
- allerdings gehen in den unterschiedlichen Bezugssystemen die Uhren ANDERS

Kraftstoß in klassischer Mechanik

$$J = \int_{t_i}^{t_f} pdt$$

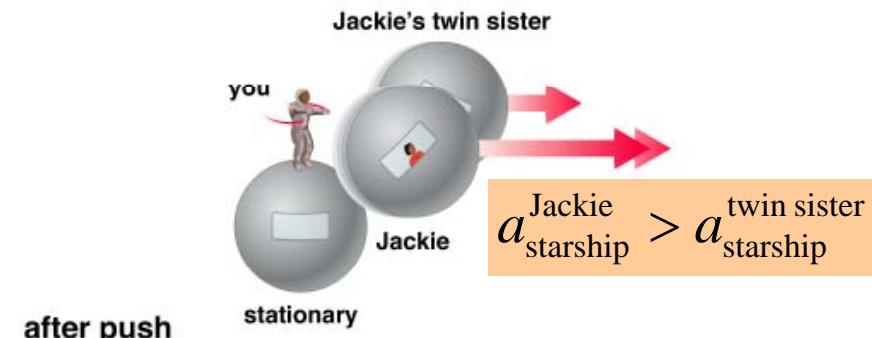


relativistischer Kraftstoß

$$J^{\text{ruhend}} = \int_{t_i^{\text{ruhend}}}^{t_f^{\text{ruhend}}} pdt$$

$$J^{\text{bewegt}} = \int_{t_i^{\text{bewegt}}}^{t_f^{\text{bewegt}}} pdt$$

$$J^{\text{ruhend}} > J^{\text{bewegt}}$$



Diagnose

- Uhren im bewegten Raumschiff gehen langsamer
- unterschiedlicher Kraftstoß führt zu unterschiedlichen Beschleunigungen
- Schlussfolgerung könnte sein, dass Massen der Raumschiffe nicht identisch
- alternative Schlussfolgerung wäre, dass bewegtes Raumschiff größere Masse hat

relativistisch betrachtet

Kraft



Newton 2

$$\vec{F}_{nrel} = m_{object} \vec{a}_{object} = m_{object} \frac{d}{dt} \vec{v}_{object}$$

Kraft in klassischer Mechanik



relativistischer Impuls

$$p_{SRT} = m_{object} v_{object}$$

$$p_{SRT} = m_0 \gamma_{SRT} v_{object}$$

$$p_{SRT} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} v_{object}$$

Diagnose

- Beschleunigung durch Kraft hängt davon ab, ob parallel oder senkrecht zur Geschwindigkeit
- in der Regel ist Beschleunigung nicht parallel zu wirkenden Kraft

relativistische Kraft

$$\vec{F}_{SRT} = \frac{d}{dt} \vec{p}_{SRT}$$

$$F_{SRT} = \frac{d}{dt} \frac{m_0 \vec{v}_{object}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_{object}}{c}\right)^2}}$$

mathematische Trickkiste

$$\frac{d}{dv} \frac{dv}{dt}$$

Kraft in Richtung parallel zu relativistischer Bewegung

$$F_x^{SRT} = \frac{m_0}{\sqrt{(1 - \beta^2)^3}} a_x^{object} = m_0 \gamma_{SRT}^3 a_x^{object}$$

Kraft in Richtung senkrecht zu relativistischer Bewegung

$$F_\perp^{SRT} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} a_\perp^{object} = m_0 \gamma_{SRT} a_\perp^{object}$$

LETTERE
AL
NUOVO CIMENTO

A CURA DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

VOL. III, N. 2

Serie prima

8 Gennaio 1970

On the Transformation of Force in Relativistic Statics.

L. KARLOV

Department of Applied Mathematics, The University of Sydney - Sydney

(ricevuto il 18 Ottobre 1969)

The old relativistic problem of the right-angled lever was recently the subject of communications by ARZELIÈS (¹) and NEWBURGH (²). ARZELIÈS, in particular, has rejected the long-held idea of an internal energy current (the Laue current) and transverse momentum as physically unreasonable, a view which appears also to be shared by BROWN (³) and possibly by ARANOFF (⁴). The purpose of the Laue current was of course to account for the absence of rotation of the lever when observed from a reference system S' , which is in uniform rectilinear motion relative to the system S in which the lever is at rest in equilibrium, even though the forces on the lever, in S' , reduce to an unbalanced couple. The couple arises as a result of the equations by means of which the external forces on the lever are transformed from S to S' . And, in turn, the transformation equations for force are provided by relativistic particle dynamics: the resultant force on a particle is defined as the time rate of change of the particle momentum, its relativistic transformation being then inferred from the transformations of momentum and of time.

In the case where the particle is (instantaneously) at rest in an inertial reference system S , and taking the second system S' in the usual standard configuration with respect to S , in motion in the positive x direction with constant speed V , the equations in question are

$$(1) \quad F'_x = F_x, \quad F'_y = (1 - V^2/c^2)^{\frac{1}{2}} F_y, \quad F'_z = (1 - V^2/c^2)^{\frac{1}{2}} F_z.$$

These are the equations employed to transform forces in relativistic statics.

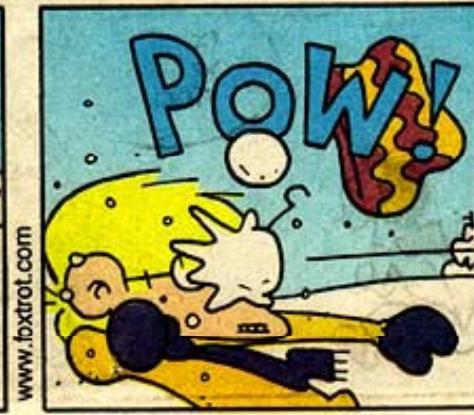
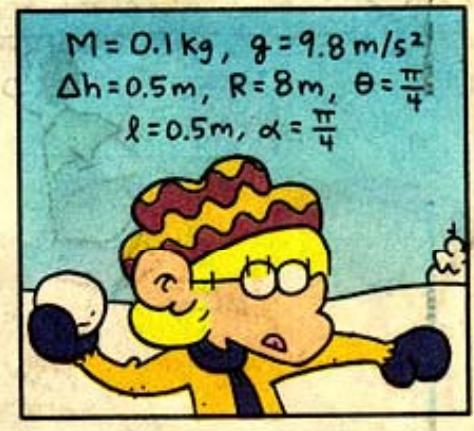
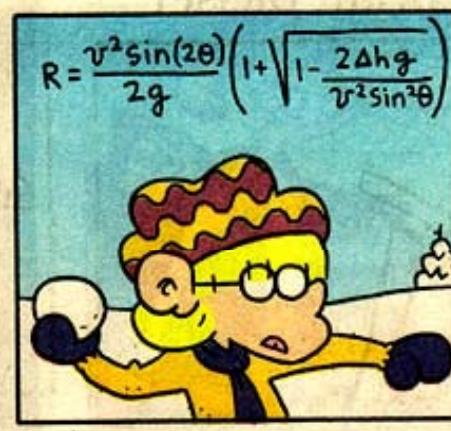
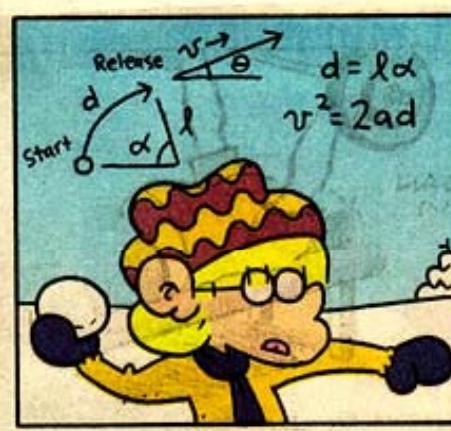
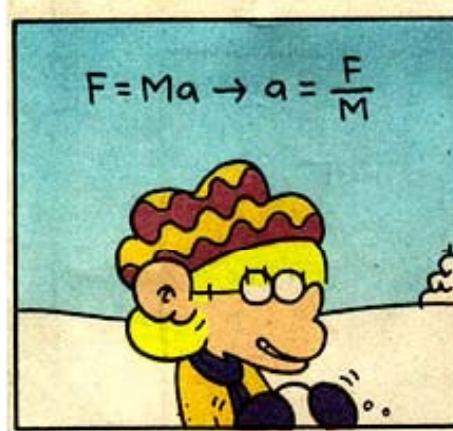
(¹) H. ARZELIÈS: *Nuovo Cimento*, **35**, 783 (1965); also **61 B**, 207 (1969).

(²) R. G. NEWBURGH: *Nuovo Cimento*, **61 B**, 201 (1969).

(³) G. B. BROWN: *I.P.P.S. Bulletin (London)*, **18**, 71 (1967).

(⁴) S. ARANOFF: *Am. Journ. Phys.*, **37**, 453 (1969).

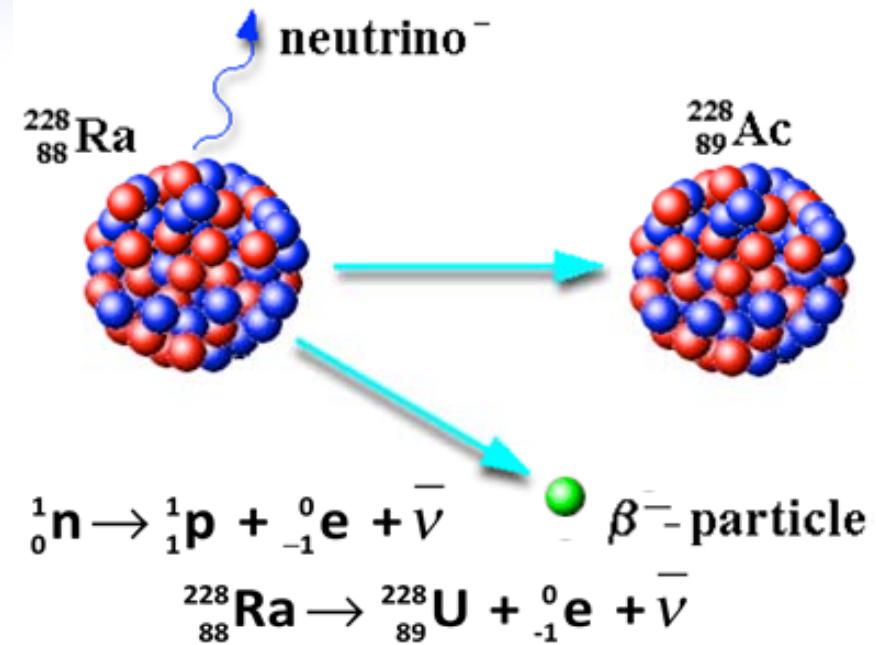
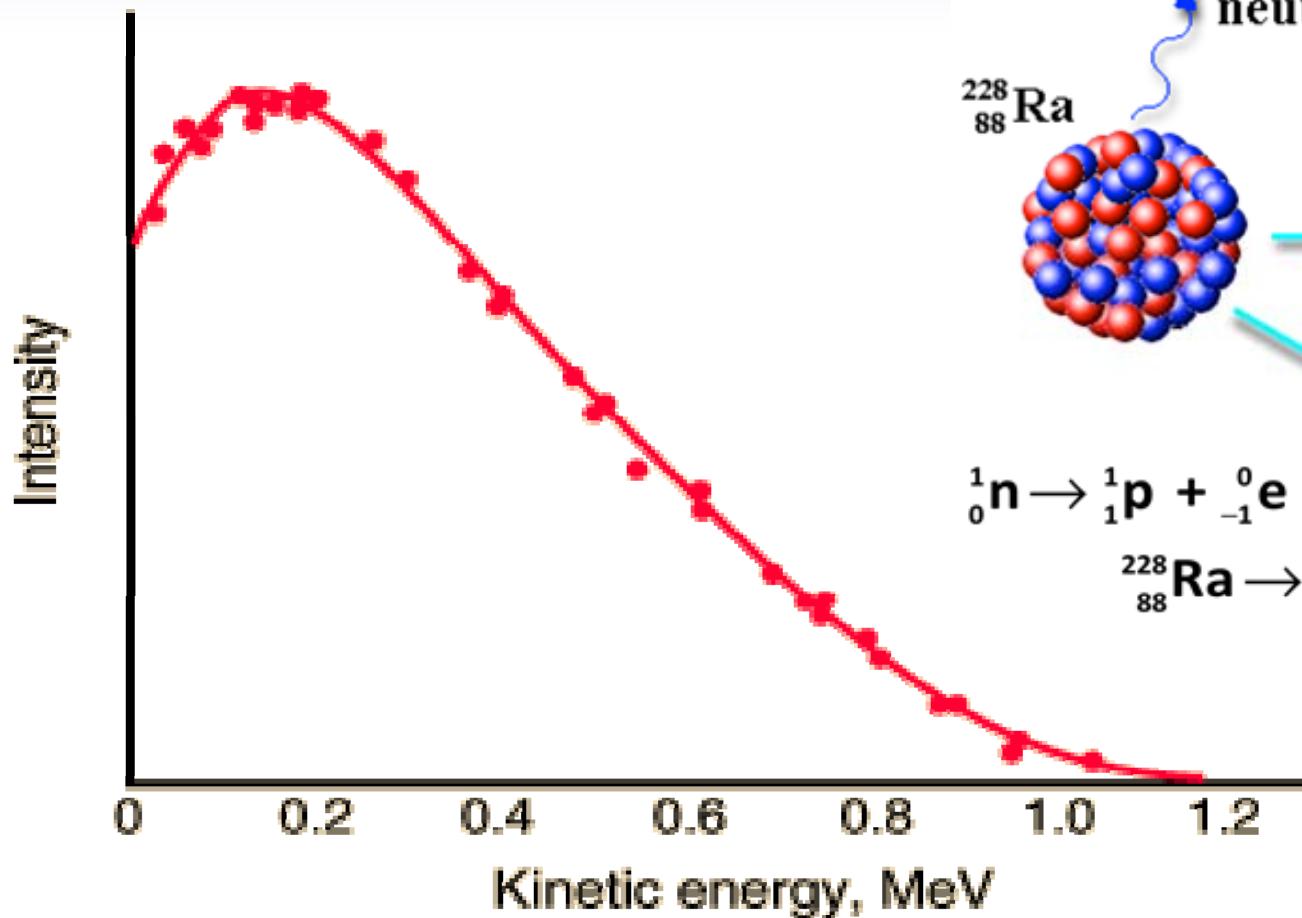
Extrablatt



Extrablatt

1901-1915

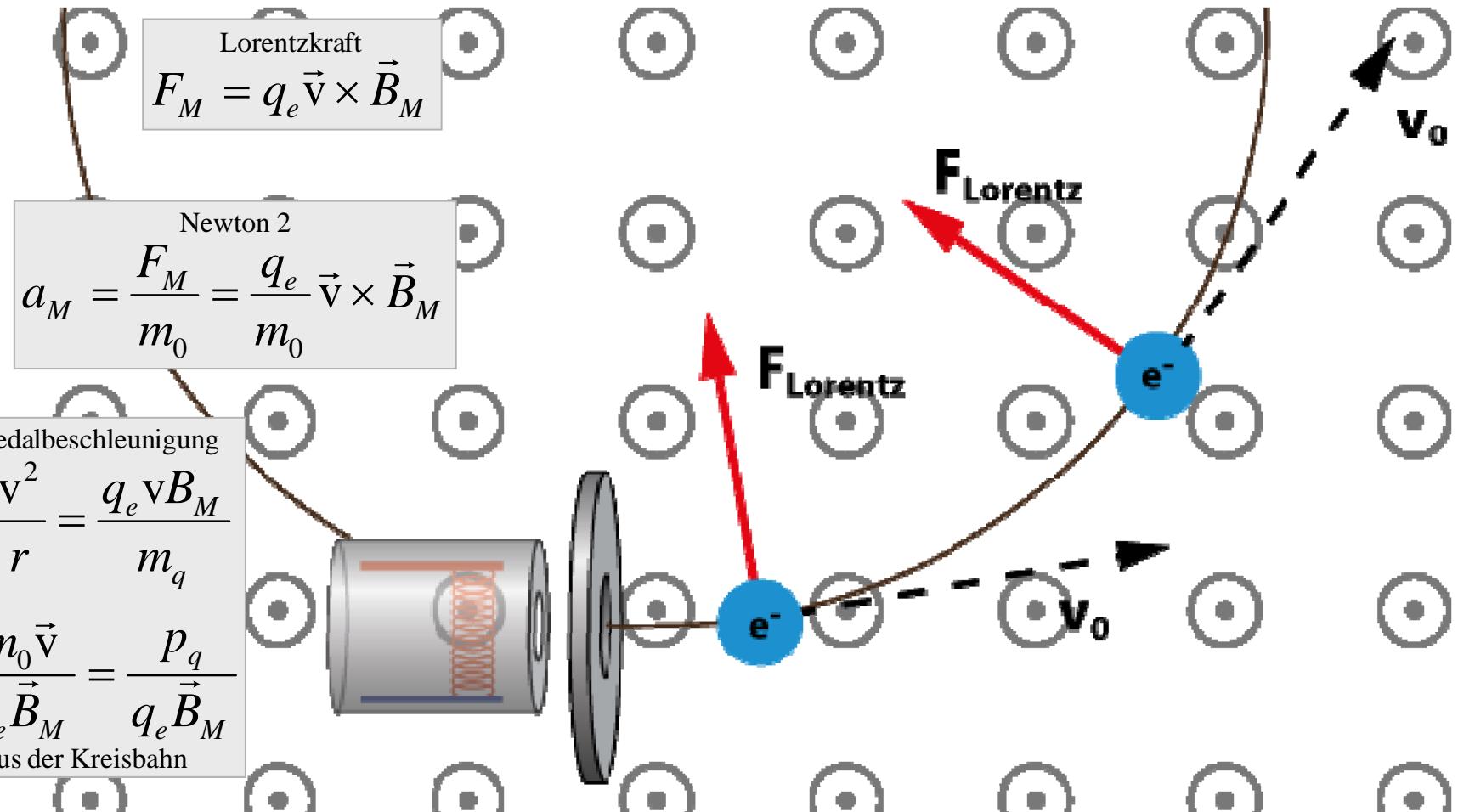
Kaufmann-Bucherer-Neumann Experimente



Diagnose

Radioaktiver Beta-Zerfall erzeugt Elektronen (β -Teilchen) mit stark unterschiedlichen Energien

Newton spricht Lorentzkraft

Symptome**Geladenes Teilchen tritt mit Impuls in Magnetfeld ein****Diagnose****Nach klassischer Mechanik ist Radius der Kreisbahn proportional dem Impuls des Teilchens**

Newton spricht Lorentzkraft

Symptome

Geladenes 10 MeV Teilchen tritt mit klassischem Impuls in Magnetfeld ein

klassischer Impuls nach Newton 2

$$p_{nrel} = \sqrt{2m_0 E_{kin}}$$

$$p_{nrel} = \sqrt{2 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 10 \text{ MeV} \cdot 1.6 \cdot 10^{13} \text{ J/ MeV}}$$

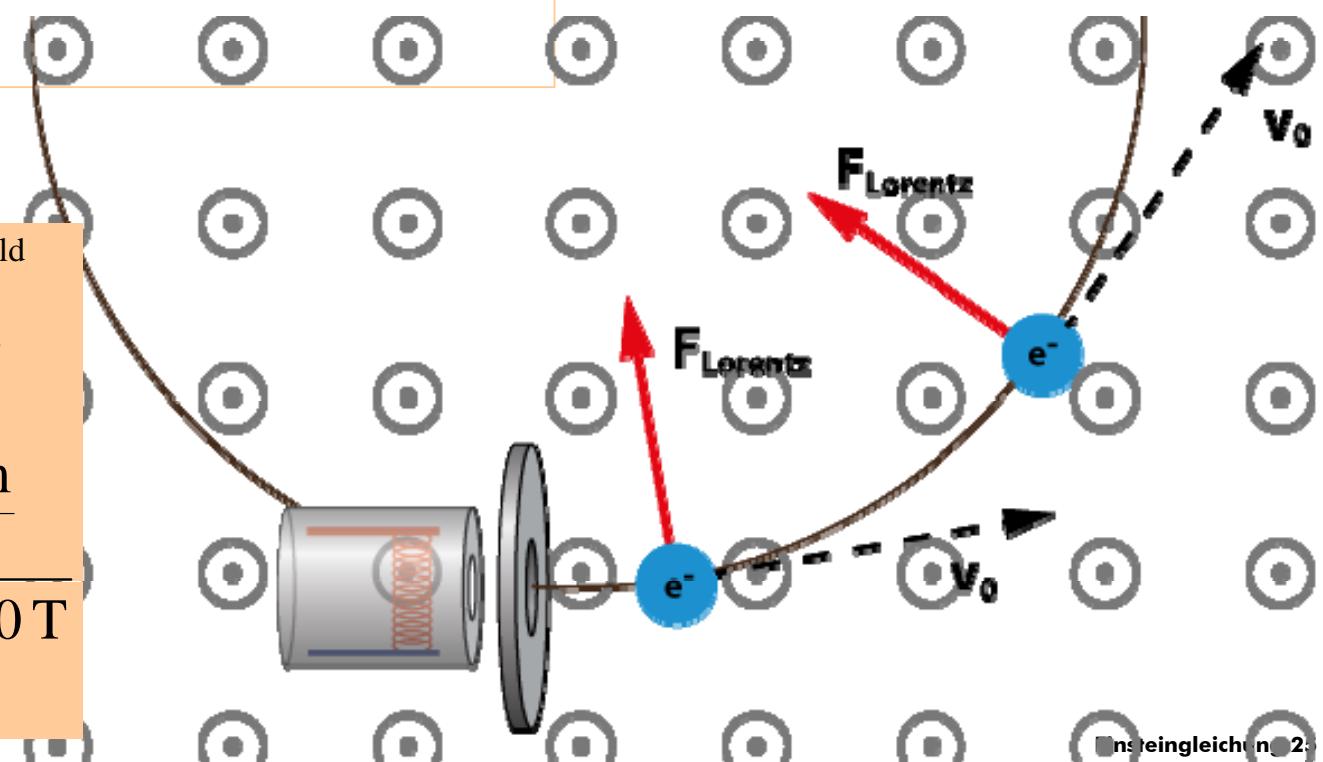
$$p_{nrel} = 17 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

klassischer Radius im 2T - Magnetfeld

$$r_{nrel} = \frac{m_0 v_q}{q_e B_M} = \frac{p_{nrel}}{q_e B_M}$$

$$r_{nrel} = \frac{17 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2.0 \text{ T}}$$

$$r_{nrel} = 0.53 \text{ cm}$$

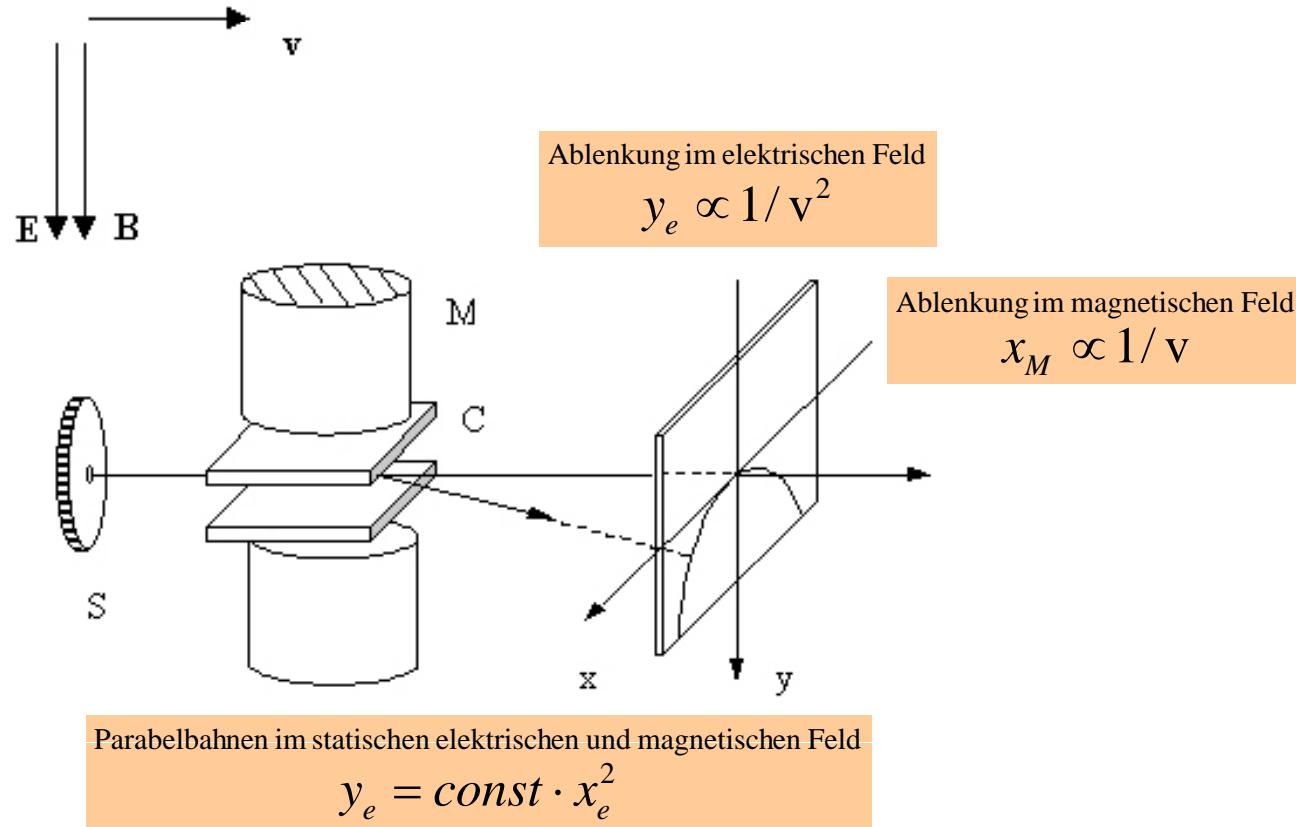


Andere Möglichkeit der Analyse von Energie und Impuls

Thomson parabola spectrometer

Symptome

Schnelle Teilchen werden in einem parallelem elektrischen und magnetischen Feld analysiert

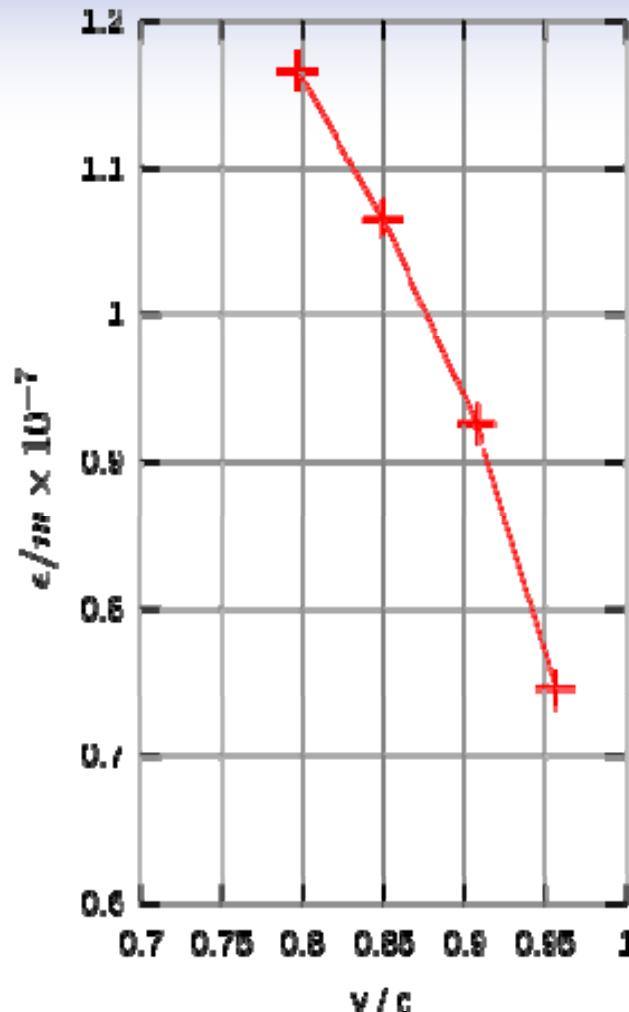


Diagnose

- elektrisches Feld lenkt die Teilchen in der vertikalen Ebene ab und analysiert kinetische Energie
- magnetisches Feld lenkt Teilchen in der horizontalen Ebene ab und analysiert Impuls
- als Resultat der sich überlagernden Felder ergeben sich Parabelbahnen
- Konstante hängt von Geometrie des Instruments und dem Ladung-zu-Masse Verhältnis ab

1901-1915

Kaufmann-Bucherer-Neumann Experimente



Diagnose

- Abnahme e/m Verhältnis bei Geschwindigkeit an β -Teilchen nahe Lichtgeschwindigkeit
- Masse des Elektrons erhöht sich mit höherer Geschwindigkeit des Teilchens

Thema $E=mc^2$

Masse





Küchenchemie

Kuchen backen

In der klassischen Küche sicherlich richtig
200 g Mehl + 50g Butter + 50 g Eier = 300g Teig



Diagnose

Nach Relativitätstheorie ist Summe der Massen der Einzelteile geringer als Masse des Produkts

Grundfeste der Chemie

Massenerhaltung

DAS EXPERIMENT



Prinzip der Massenerhaltung (1789)

Nichts wird bei Operationen künstlicher oder natürlicher Art geschaffen und es kann als Axiom angesehen werden, dass bei jeder Operation eine gleiche Quantität Materie vor und nach der Operation existiert

Antoine-Laurent Lavoisier
1793-1794

Das Gesetz der konstanten Proportionen (1794)

Elemente in chemischer Verbindung kommen immer im gleichen Massenverhältnis vor



Joseph Louis Proust
1754-1826

example

chemische Zusammensetzung

Natronumchlorid

Na (40%) + Cl (60%)

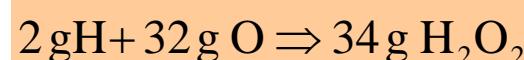
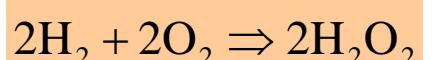
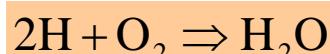


John Dalton
1766-1844

Gesetz der multiplen Proportionen (1803)

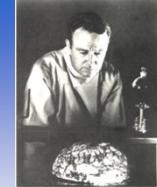
Vereinen sich zwei Elemente zu mehreren Verbindungen, so stehen die betreffenden Gewichtsverhältnisse im Verhältnis einfacher kleiner Zahlen

example





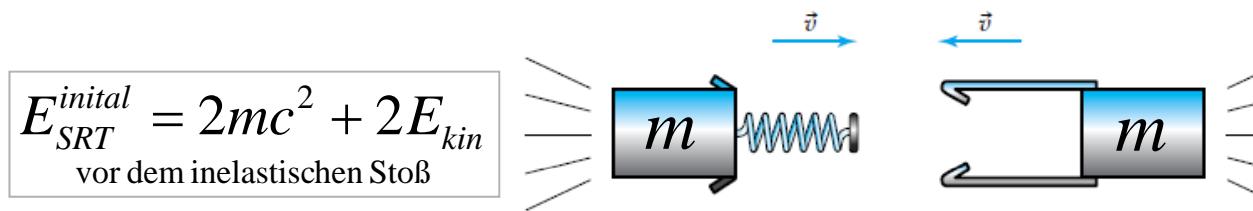
relativistisches Gedankenexperiment Massenzuwachs



Symptome

- Joules Wärmeäquivalent (1850) liefert Erkenntnis: Wärme ist Form von Energie
- in der Relativitätstheorie müssen Energie- und Impulserhaltungssatz modifiziert werden
- Energie und Impuls sind nicht mehr unabhängig voneinander
- Masse ist eine andere Form potenzieller Energie

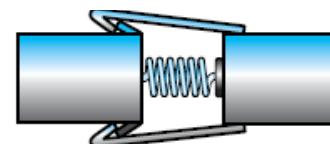
Betrachte inelastischen Stoß, bei dem die kinetische Energie in potenzielle Energie umgewandelt wird



$$E_{SRT}^{\text{initial}} = 2mc^2 + 2E_{\text{kin}}$$

vor dem inelastischen Stoß

Gesamtmasse
 $M = m + m$



$$E_{SRT}^{\text{final}} = Mc^2$$

nach dem inelastischen Stoß

relativistische Masse-Energie
 $E_{SRT}^{\text{final}} = Mc^2 = 2mc^2 + E_{\text{kin}}$

Diagnose

Durch inelastischen Stoß hat sich Masse Gesamtobjekts um Betrag kinetischer Energie erhöht

Sprinter, relativistisch betrachtet

Massenzuwachs

relativistische Masse-Energieänderung

$$\Delta M = M - m$$

$$\Delta M = \frac{2E_{kin}}{c^2}$$

relative Masse-Energieänderung

$$\frac{\Delta M}{2m} = \frac{M - m}{2m}$$

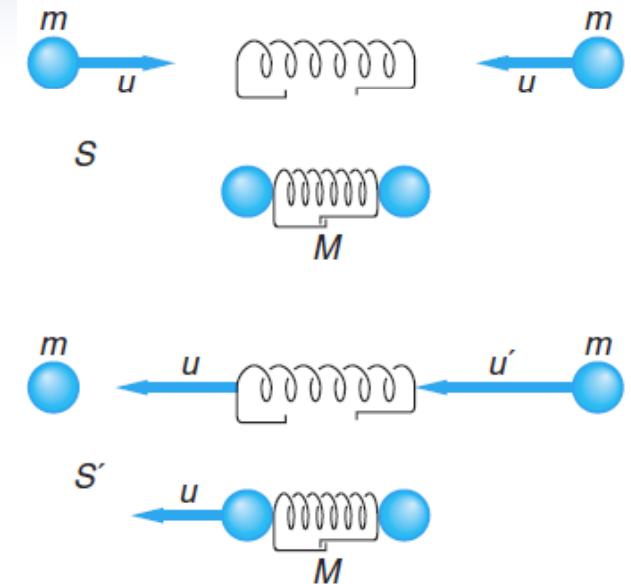
$$\frac{\Delta M}{2m} = \frac{2E_{kin}}{c^2} \frac{1}{2m} = \frac{E_{kin}}{mc^2}$$



relative Masse-Energieänderung von Ursian Bolt

$$\frac{\Delta M_{Bolt}}{2m_{Bolt}} = \frac{1}{2} m_{Bolt} v_{Bolt}^2 \frac{1}{m_{Bolt} c^2} = \frac{1}{2} \frac{v_{Bolt}^2}{c^2}$$

$$\frac{\Delta M_{Bolt}}{2m_{Bolt}} = \frac{1}{2} \frac{(10 \text{ m/s})^2}{(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} = 6 \cdot 10^{-16}$$



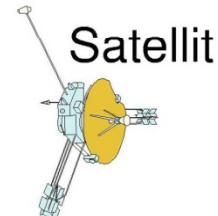
Diagnose

Änderung der Masse-Energie ist im Alltag vernachlässigbar gering

relativistisch betrachtet Masse



100 km/h

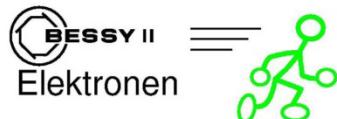


16 km/s



Elektronen

299 792,40 km/s



Elektronen

299 792,44 km/s



$m_0 = 75 \text{ kg}$

$75,000000000003 \text{ kg}$
 $\gamma = 1, \Delta m = 0.3 \text{ ng}$



$75,000001 \text{ kg}$
 $\gamma = 1, \Delta m = 0.1 \text{ mg}$



$117\,417 \text{ kg}$
 $\gamma = 1566$



$249\,511 \text{ kg}$
 $\gamma = 3327$

relativistisch betrachtet

Energieerhaltung

Symptome

In abgeschlossenem System ist Summe kinetischer und potenzieller Energie konstant

Gesamtenergie eines Systems

$$E_{ges} = E_0 + E_{kin} = \gamma_{SRT} E_0$$

chemische oder nukleare Reaktion

$$E_0^{initial} = E_0^{final} + Q_{reaction}$$

$$m_{initial}c^2 = m_{final}c^2 + Q_{reaction}$$

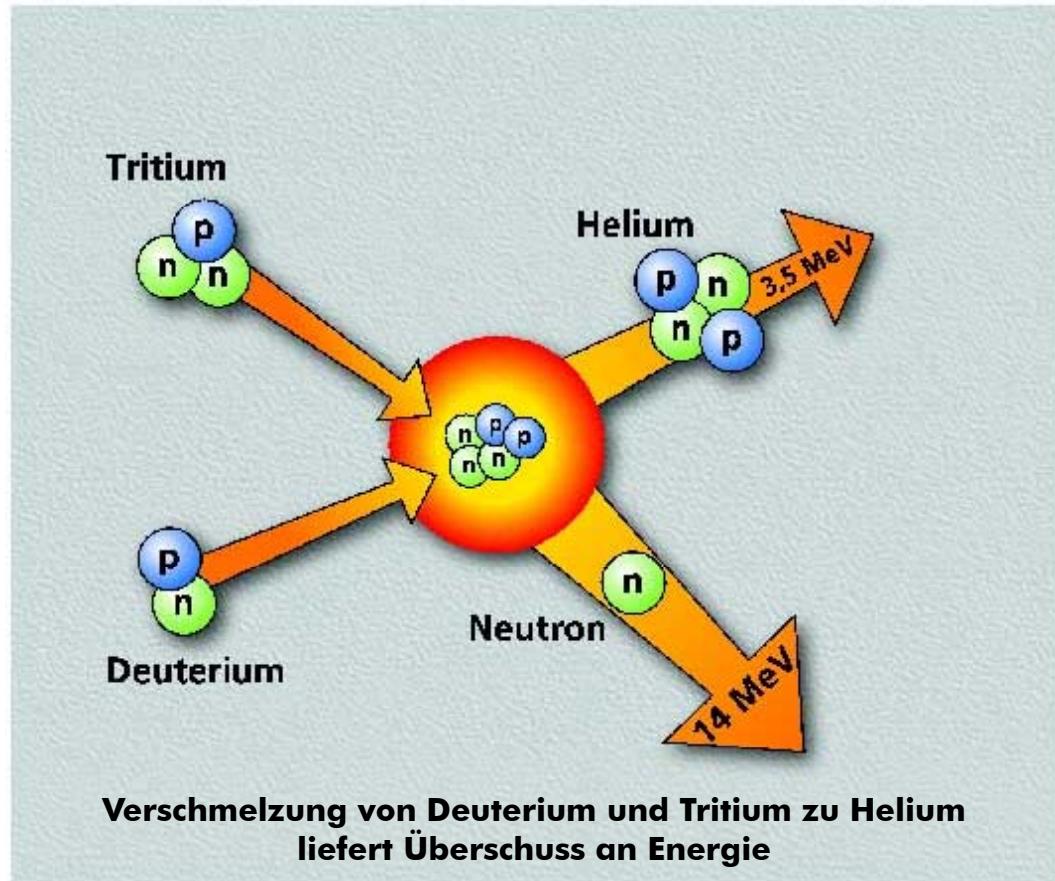
$$Q_{reaction} = -(m_{final} - m_{initial})c^2$$

$$\Delta m = m_{final} - m_{initial}$$

$$Q_{reaction} = -\Delta mc^2$$

$Q_{reaction}$ positiv: Transformation Energie in Masse

$Q_{reaction}$ negativ: Transformation Masse in Energie

**Diagnose**

- Energietransfer von Masse (Ruheenergie) in andere Energieform kostet Energie
- Energieerhaltungssatz fordert, dass Aufnahme von Energie durch Körper die Masse verringert

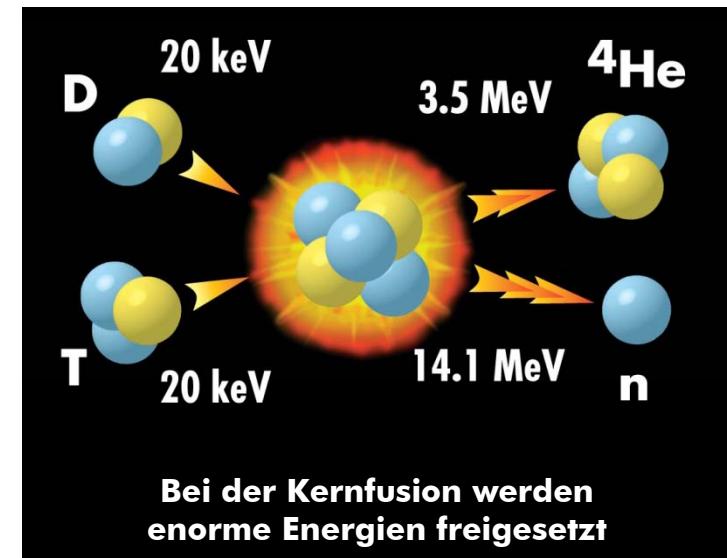
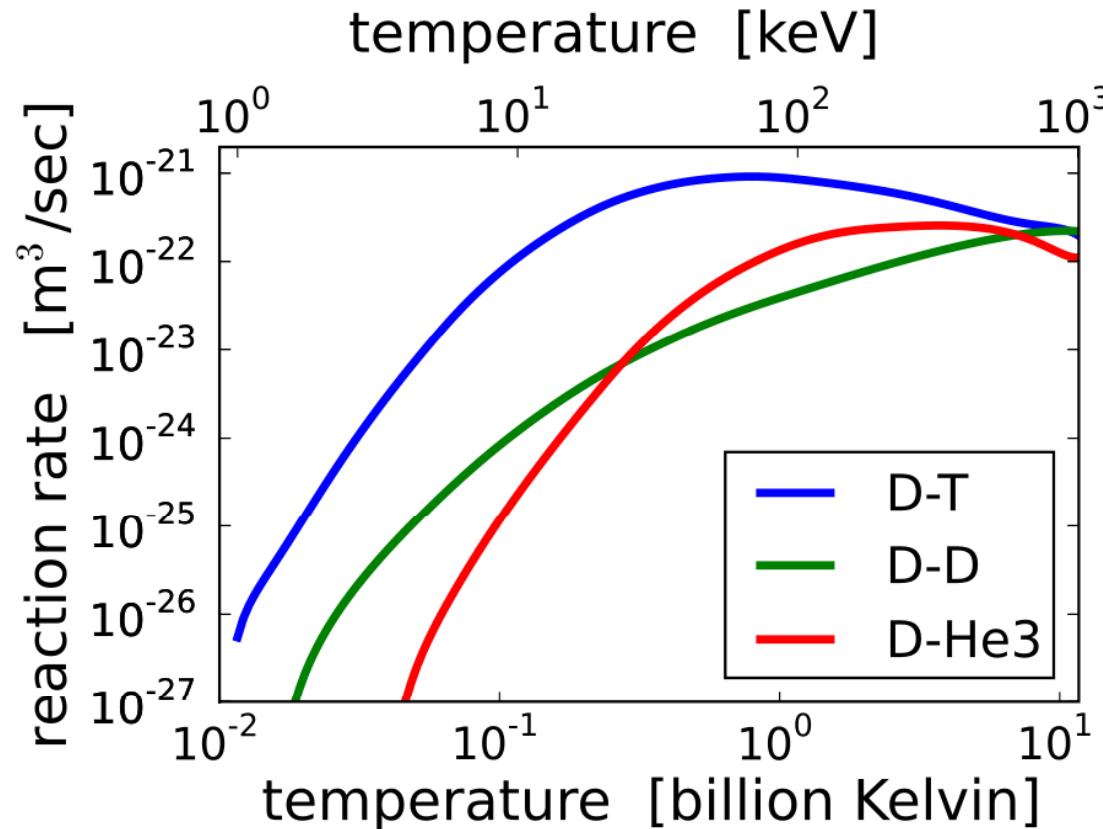
relativistisch betrachtet

Energieerhaltung

Symptome

In Sonne wird Energie bei Fusion von leichten Atomkernen freigesetzt

- Deuterium und Tritium



Diagnose

Thermischer Energie muss aufgewendet werden, um Fusionsreaktion auszulösen

PERIODENSYSTEM DER ELEMENTE

<http://www.periodni.com/de/>

The periodic table is organized into groups (IA, IIA, IIIA, IVA, VA, VIA, VIIA, VIII) and periods (1 to 7). It includes element symbols, names, atomic numbers, and relative atomic masses. A legend identifies element types: Metalle (blue), Halbmetalle (orange), Nichtmetalle (green), Alkalimetalle (light blue), Erdalkalimetalle (medium blue), Uebergangselemente (purple), Chalkogene (yellow-green), Halogene (yellow), Edelgase (grey), Lanthaniden (pink), and Actiniden (magenta). A note specifies element states at 25°C and 101 kPa: Ne (gasförmig), Fe (fest), Hg (flüssig), and Tc (künstliche).

PERIODEN	GRUPPE	ELEMENTSYMBOL	NAME DES ELEMENTES	RELATIVE ATOMMASSE (1)
1	1 IA	H	WASSERSTOFF	1.0079
1	2 IIA	Be	BERYLLEUM	9.0122
2	Li	LITHIUM	6.941	
2	Be	BERYLLEUM	9.0122	
3	Na	MAGNESIUM	22.990	
3	Mg	MAGNESIUM	24.305	
4	K	CALCIUM	39.098	
4	Ca	CALCIUM	40.078	
5	Rb	RUBIDIUM	85.468	
5	Sr	STRONTIUM	87.62	
5	Y	YTTRIUM	88.906	
5	Zr	ZIRKON	91.224	
5	Nb	NIOB	92.906	
5	Mo	MOLYBDÄN	95.96	
5	Tc	TECHNETIUM	(98)	
6	Cs	CÄSIMUM	132.91	
6	Ba	BARIUM	137.33	
6	La-Lu	Lanthaniden	57-71	
6	Hf	HAFNIVM	72	
6	Ta	TANTAL	178.49	
6	W	WOLFRAM	180.95	
6	Re	RHENIUM	183.84	
6	Os	OSMIUM	186.21	
6	Ir	IRIDIUM	190.23	
6	Pt	PLATIN	192.22	
6	Au	GOLD	195.08	
6	Hg	QUECKSILBER	196.97	
6	Tl	THALLIUM	200.59	
6	Pb	BLEI	204.38	
6	Bi	BISMUT	207.2	
6	Po	POLONIUM	208.98	
7	Fr	FRANCIUM	(223)	
7	Ra	RADIUM	(226)	
7	Ac-Lr	Actiniden	89-103	
7	Rf	RUTHERFORDIUM	104	
7	Db	DUBNIUM	(267)	
7	Sg	SEABORGIUM	105	
7	Bh	BOHRIUM	(271)	
7	Hs	HASSIUM	106	
7	Mt	MEITNERIUM	(272)	
7	Ds	DARMSTADTIUM	108	
7	Rg	ROENTGENIUM	(276)	
7	Cn	COPERNICIUM	109	
7	Uut	UNUNTRIUM	(281)	
7	Fl	FLEROVIUM	110	
7	Uup	UNUNPENTIUM	(280)	
7	Lv	LIVERMORIUM	111	
7	Uus	UNUNSEPTIUM	(285)	
7	Uuo	UNUNOCTIUM	112	
7			(...)	
7			113	
7			(...)	
7			114	
7			(...)	
7			115	
7			(...)	
7			116	
7			(291)	
7			117	
7			(...)	
7			118	

Copyright © 2012 Eni Generalic

LANTHANIDEN

57	138.91	58	140.12	59	140.91	60	144.24	61	(145)	62	150.36	63	151.96	64	157.25	65	158.93	66	162.50	67	164.93	68	167.26	69	168.93	70	173.05	71	174.97
La	LANTHAN	Ce	CER	Pr	PRASEODYM	Nd	NEODYM	Pm	PROMETHIUM	Sm	SAMARIUM	Eu	EUROPIUM	Gd	GADOLINIUM	Tb	TERBIUM	Dy	DYSPROSIUM	Ho	HOLMIUM	Er	ERBIUM	Tm	THULIUM	Yb	YTTERBIUM	Lu	LUTETIUM

(1) Pure Appl. Chem., 81, No. 11, 2131-2156 (2009)

Die relative atommasse wird auf fünf stellten angezeigt. Für Elemente ohne stabile Isotope ist die Atommasse des stabilsten Isotops in Klammern gezeigt. Isotope Drei dieser

Diagnose

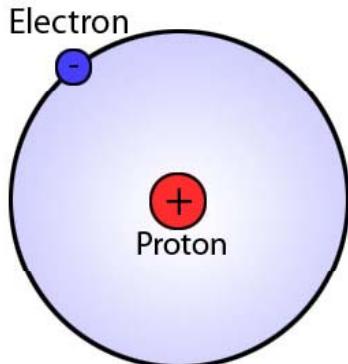
- nur wenige Elemente wie Gold haben nur ein einziges Istop
- Au hat 79 Protonen und 118 Neutronen und sollte Masse von 197 amu aufweisen
- tatsächlich bestimmt man die Masse des Goldatoms mit 196.97

relativistisch betrachtet

Massen vs Energie

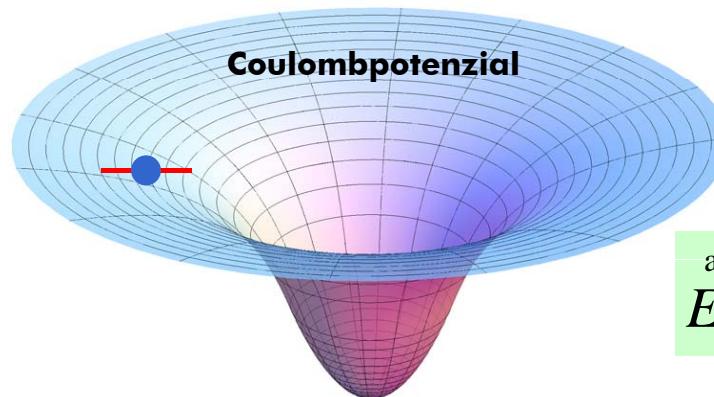
Symptome

- potentielle Energie steigt an, wenn man die Ladungen separiert
- Gesamtenergie bleibt erhalten obwohl sich Abstand erhöht hat



Potenzielle Energie im Wasserstoffatom

$$E_{pot} = V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_{Bohr}} \Rightarrow r \rightarrow \infty$$



atomare Bindungsenergie
 $E_{Bohr} = -13.6 \text{ eV}$

relativistische Bindungsenergie
 $\Delta E_{SRT} = (m_e + m_p - m_H)c^2$

Diagnose

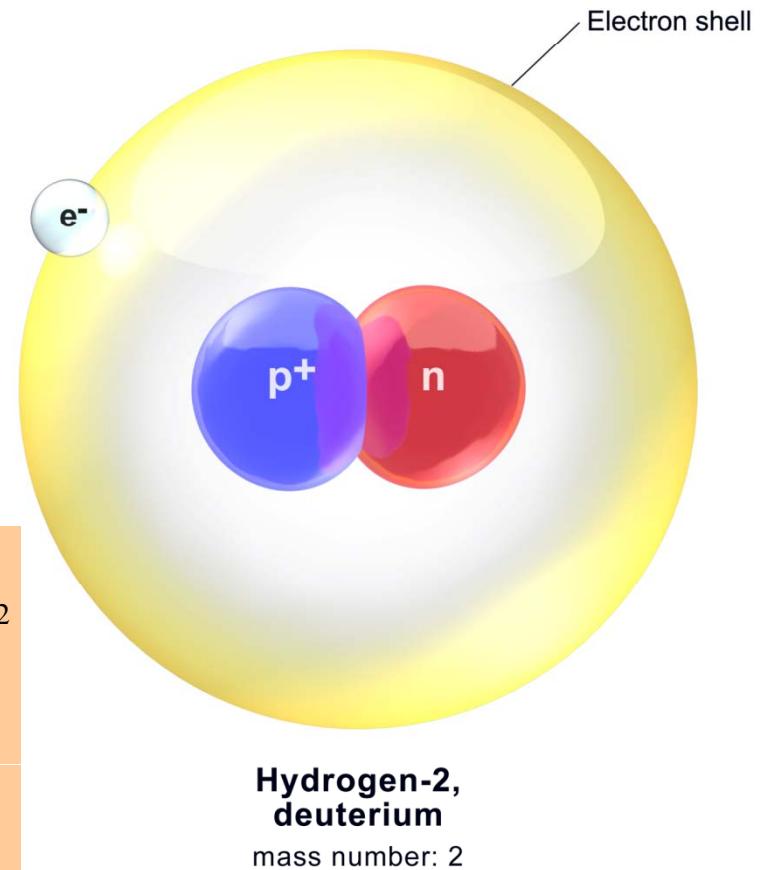
- im Wasserstoffatom bindet Elektron an Proton mit Energie von 13.6 eV
- Energieanstieg bei Separation wird den Massen zugeführt
- Einzelsteile werden um 13.6 eV schwerer

relativistisch betrachtet

Deuterium

Symptome

Deuterium ist ein sogenanntes Isotop des Wasserstoff und besitzt ein zusätzlich Neutron im Kern



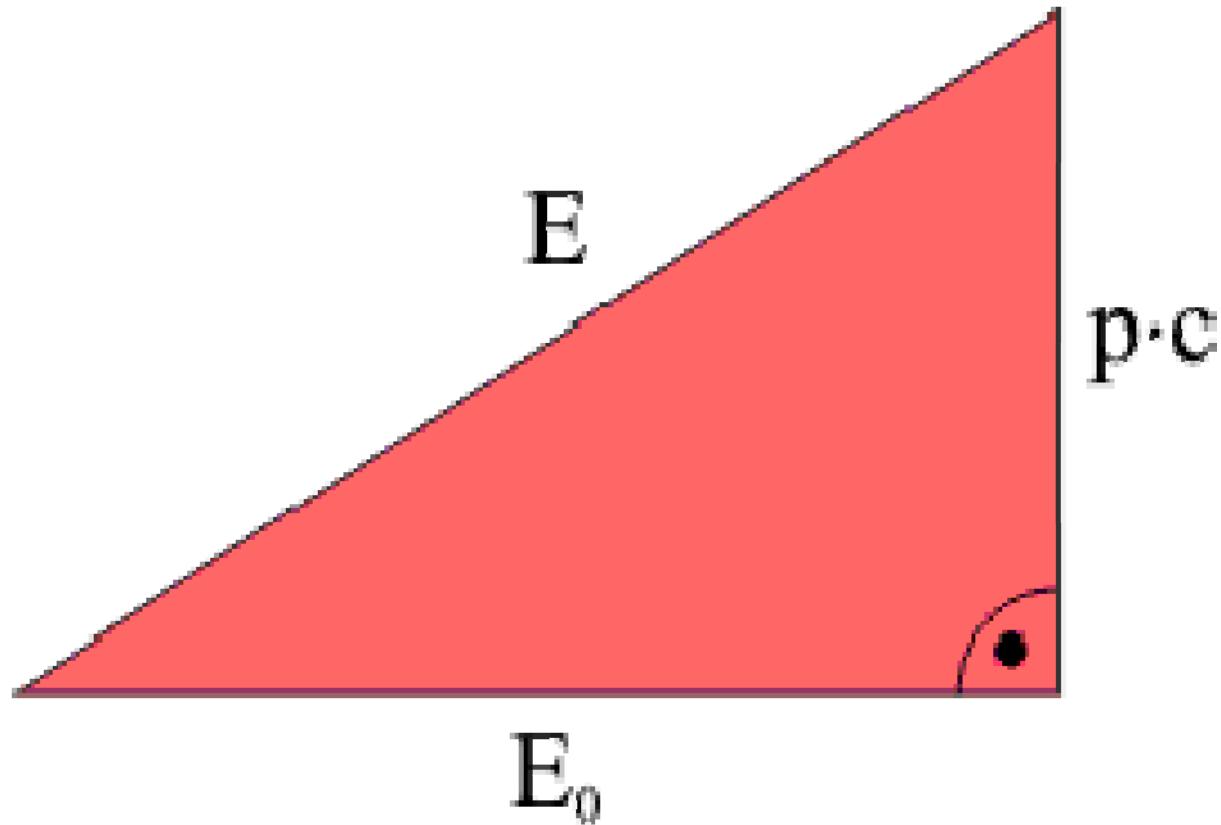
$$BE_H = \left(939.57 \frac{\text{Ruheenergie Neutron MeV}}{c^2} + 938.28 \frac{\text{Ruheenergie Proton MeV}}{c^2} - 1875.63 \frac{\text{Ruheenergie Deuterium MeV}}{c^2} \right) c^2$$

$$BE_H = \left(1877.85 \frac{\text{MeV}}{c^2} - 938.79 \frac{\text{MeV}}{c^2} \right) c^2 = 2.22 \text{ MeV}$$

Diagnose

- Bindungsenergie im Kern ist signifikant höher (MeV gegenüber eV)
- Reduzierung der Masse durch Wechselwirkungskräfte nennt sich **MASSENDEFEKT**
- näheres dazu im Kapitel Kernphysik

Thema $E=mc^2$
Energie-Impulssatz





relativistisch betrachtet

Kinetische Energie



Kinetische Energie in klassischer Physik

$$E_{kin}^{nrel} = \frac{1}{2}mv^2$$



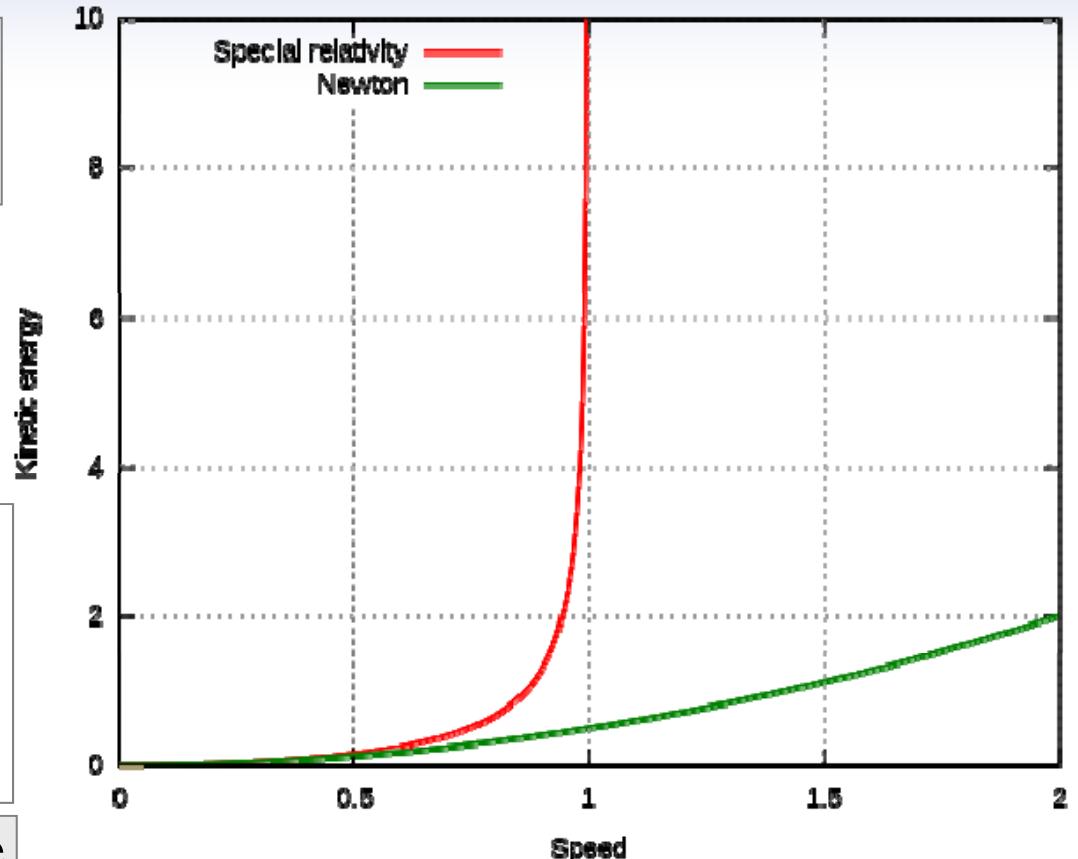
Einstein
 $E_{SRT} = E_0 + E_{kin}$

$$\gamma_{SRT} E_0 = E_0 + E_{kin}$$

$$E_{kin} = \gamma_{SRT} m_0 c^2 - m_0 c^2$$

relativistische kinetische Energie

$$E_{kin} = m_0 c^2 (\gamma_{SRT} - 1)$$



Diagnose

- im Grenzfall geringer Energien gilt klassischer Ausdruck
- Körper auf relativistische Geschwindigkeiten zu beschleunigen kostet enorme Energiemenge



klassischer Grenzwert relativistischer Bewegung Newtons kinetische Energie

relativistische kinetische Energie

$$E_{kin} = m_0 c^2 (\gamma_{SRT} - 1)$$

Entwickle γ in Potenzreihe für $\frac{v}{c} \ll 1$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

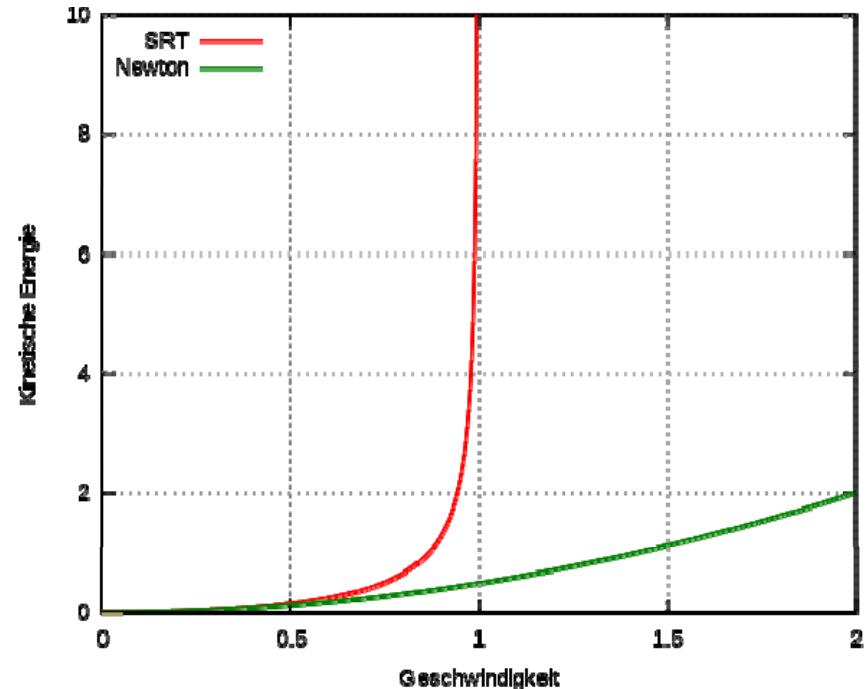


Potenzreihenentwicklung

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \alpha}} = 1 + \frac{1}{2}\alpha + \frac{3}{8}\alpha^2 + \dots$$

$$E_{kin}^{SRT} = m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 + \frac{3}{8} \left(\frac{v}{c} \right)^4 + \dots - 1 \right)$$

$$E_{kin}^{SRT} \approx \frac{1}{2} m_0 v^2 \text{ für } v \ll c$$



Diagnose

Im Grenzfall kleiner Geschwindigkeiten
ergibt sich aus relativistischer kinetischer Energie der klassische Ausdruck nach Newton



relativistisch betrachtet

Energie-Impuls Erhaltungssatz

Symptome

In elastischen und inelastischen Stößen gelten Energie- und Impulserhaltung



Newton sagt

$$E_{kin}^{nrel} = \frac{p_{Newton}^2}{2m}$$



Einstein sagt

$$p_{SRT} = \gamma_{SRT} m_{object} v_{object} \quad | \text{ quadrieren}$$
$$p_{SRT}^2 = \gamma_{SRT}^2 m_{object}^2 v_{object}^2 \quad | \text{ } * c^2$$

$$p_{SRT}^2 c^2 = \gamma_{SRT}^2 m_{object}^2 v_{object}^2 c^2 = \gamma_{SRT}^2 m_{object}^2 c^4 \frac{v_{object}^2}{c^2}$$

Gammafaktor

$$\gamma_{SRT}^2 = \frac{1}{1 - \beta_{SRT}} \Leftrightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma_{SRT}^2} \Leftrightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma_{SRT}^2}$$

$$p_{SRT}^2 c^2 = \gamma_{SRT}^2 m_{object}^2 c^4 \left(1 - \frac{1}{\gamma_{SRT}^2} \right)$$

$$p_{SRT}^2 c^2 = \gamma_{SRT}^2 m_{object}^2 c^4 - m_{object}^2 c^4$$

$$p_{SRT}^2 c^2 = \gamma_{SRT}^2 m_{object}^2 c^4 - m_{object}^2 c^4$$

$$p_{SRT}^2 c^2 = E_{SRT}^2 - m_{object}^2 c^4$$

relativistischer Zusammenhang zwischen Energie und Impuls

relativistischer Energie-Impulssatz

$$E_{SRT}^2 = p_{SRT}^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

sieht aus wie Satz von Pythagoras

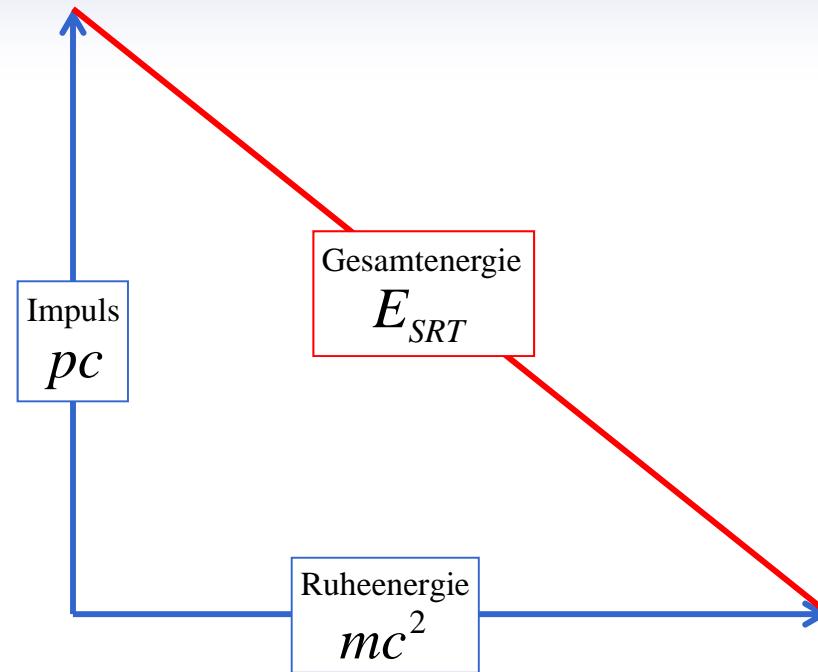
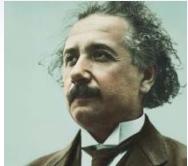
relativistische Energie

$$E_{SRT} = \gamma_{SRT} m c^2$$

Diagnose

- Gesamtenergie eines Systems setzt sich zusammen aus Beträgen aus Ruheenergie und Impuls
- Energie und Impuls sind in spezieller Relativitätstheorie eng verknüpft
- für Lichtgeschwindigkeit gegen UNENDLICH ergibt sich Ergebnis der klassischen Physik

Energie-Impuls Erhaltungssatz Relativistischer Pythagoras



relativistischer Zusammenhang

$$E_{SRT}^2 = p_{SRT}^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

zwischen Energie und Impuls

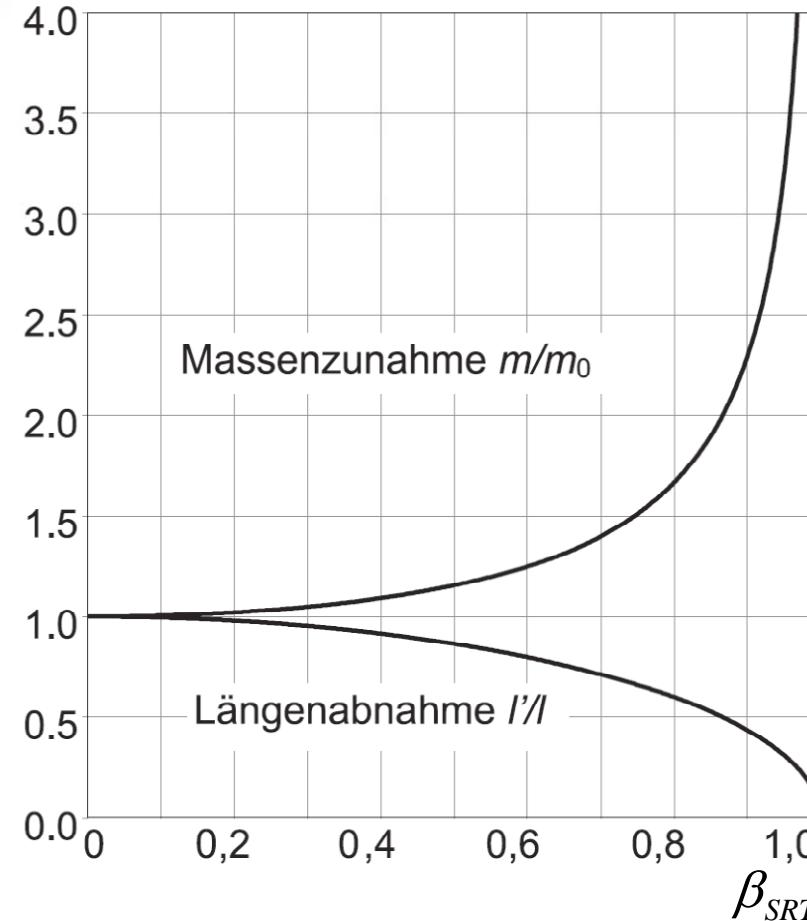


relativistisch betrachtet

Massenzuwachs

Symptome

Körper mit einer Ruhemasse erfährt relativistischen Massenzuwachs



Diagnose

- Massenzunahme und Längenabnahme in Abhängigkeit vom Geschwindigkeitsverhältnis v/c
- Masse Objekt wird schwerer bei gleichzeitiger Erhöhung der Dichte

Einstein spricht Lorentzkraft

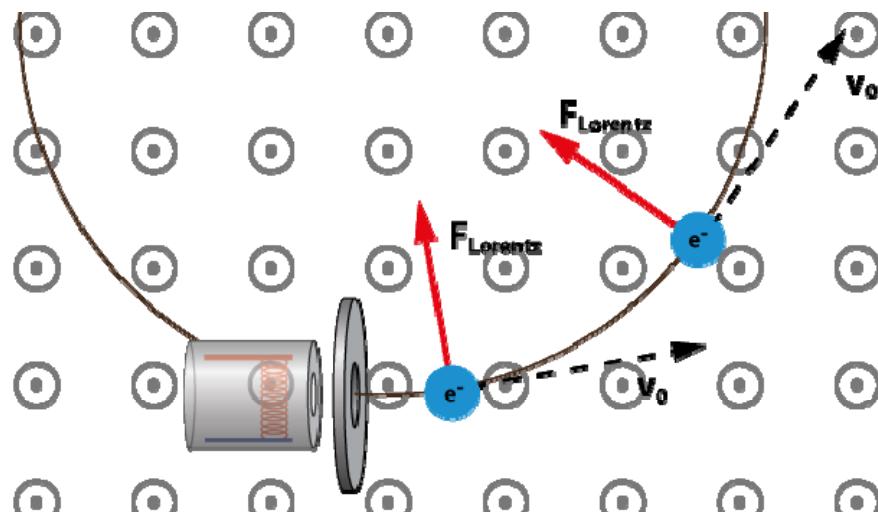
Symptome**Geladenes 10 MeV Teilchen tritt mit relativistischem Impuls in Magnetfeld ein****example**

relativistischer Impuls nach Einstein

$$p_{nrel} = \frac{1}{c} \sqrt{(E_{kin} + m_0 c^2)^2 - m_0^2 c^4}$$

$$p_{nrel} = \frac{1}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \sqrt{(10 + 0.511)^2 - (0.511)^2} \frac{\text{MeV} \cdot \text{s}}{m} \left(1.16 \cdot 10^{13} \frac{\text{J}}{\text{MeV}} \right)$$

$$p_{nrel} = 5.6 \cdot 10^{-21} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$



relativistischer Radius im 2T-Magnetfeld

$$r_{SRT} = \frac{m_0 v_q}{q_e B_M} = \frac{p_{SRT}}{q_e B_M}$$

$$r_{SRT} = \frac{5.6 \cdot 10^{-21} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2.0 \text{ T}}$$

$$r_{SRT} = 1.8 \text{ cm}$$

klassische Rechnung lieferte Radius 0.53cm

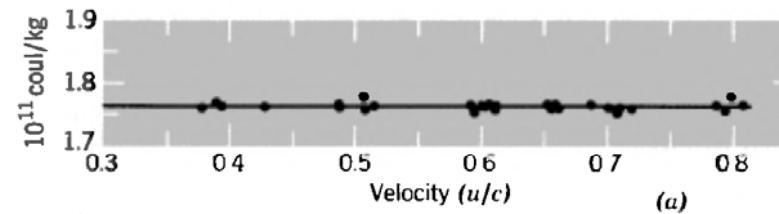


1901-1915

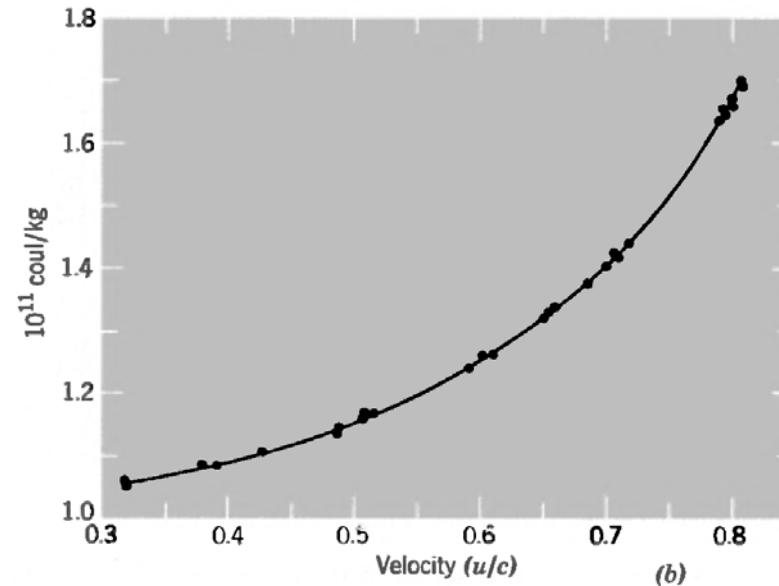
Kaufmann-Bucherer-Neumann Experimente

Symptome

- im Kaufmannexperiment wird nicht die Masse des Teilchens, sondern Verhältnis e/m gemessen
- Änderung im Verhalten kann aber nicht Veränderung der Ladung zugeschrieben werden

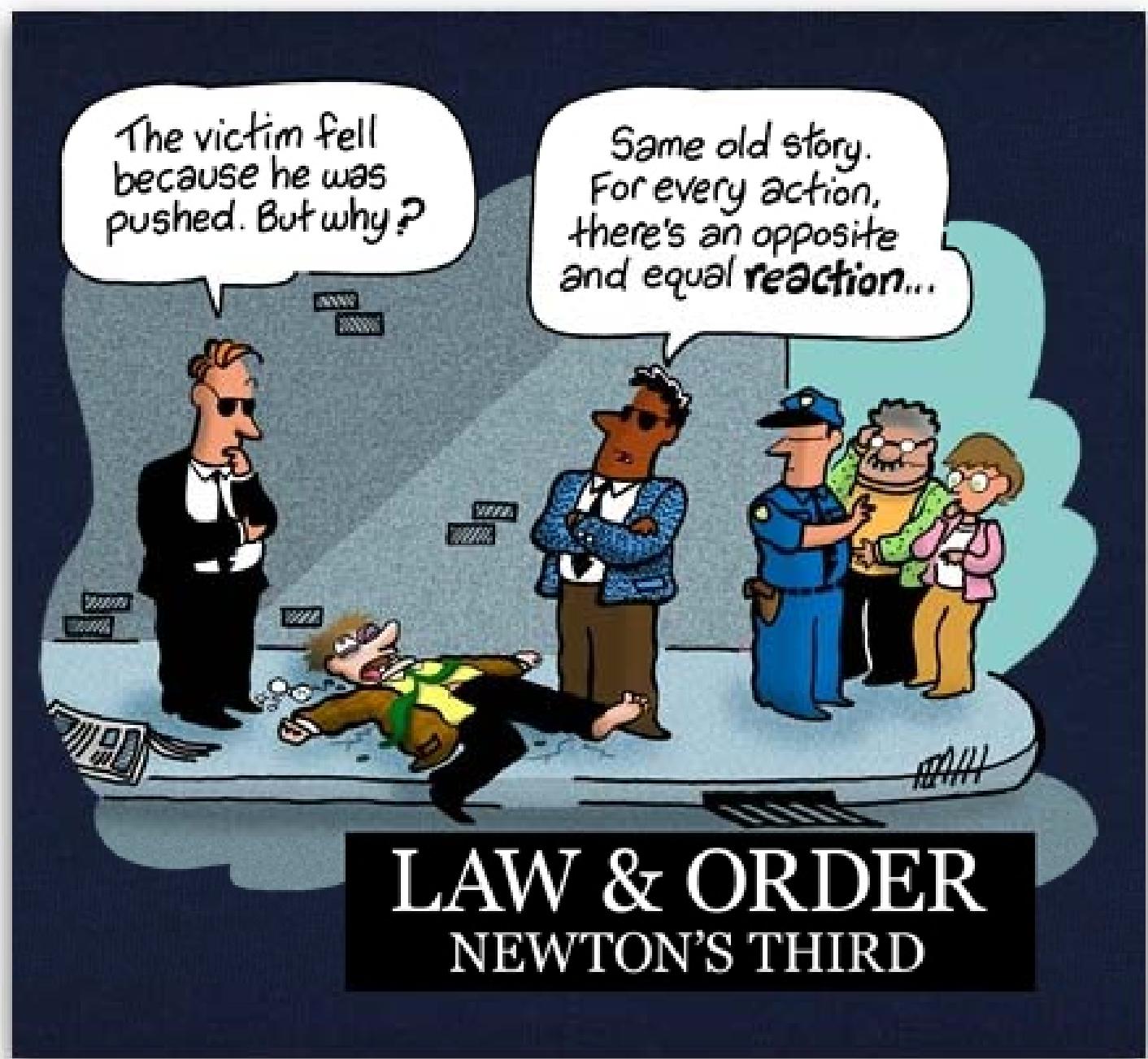


eine solche Gleichung gibt es nicht!
$$e = e_0 \sqrt{1 - \beta_{SRT}}$$



Diagnose

- Wert der Elementarladung ist unabhängig von Geschwindigkeit des Teilchens
- wäre das nicht so, würde sich Ladungszustand neutralen Teilchens bei Bewegung ändern





Mechanik ohne Masse Newton'sche Geister

Symptome

In der Newtonschen Mechanik gibt es KEINE masselosen Teilchen

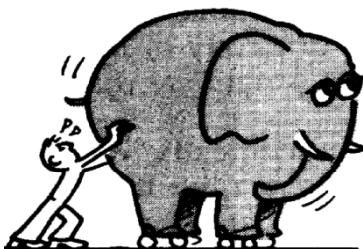
Newton'scher Impuls

$$\vec{p}_{\text{Newton}} = m_{\text{object}} \vec{v}_{\text{object}}$$

Newton'sche kinetische Energie

$$E_{\text{kin}}^{\text{Newton}} = \frac{1}{2} m_{\text{object}} v_{\text{object}}^2$$

**Newton's
Second Law
of Motion**



Newton 2 : Kraft

$$\vec{F}_{\text{Newton}} = m_{\text{object}} \vec{a}_{\text{object}}$$

Newton 3 : actio = reactio

$$\vec{F}_1 = m_1 \vec{a}_1 = -m_2 \vec{a}_2 = -\vec{F}_2$$



Diagnose

- masselose Teilchen haben keinen Impuls
- masselose Teilchen haben keine kinetische Energie
- Newton 2: masselose Teilchen üben keine Kraft aus
- Newton 3: masselose Teilchen üben keine Kraft auf andere Teilchen aus

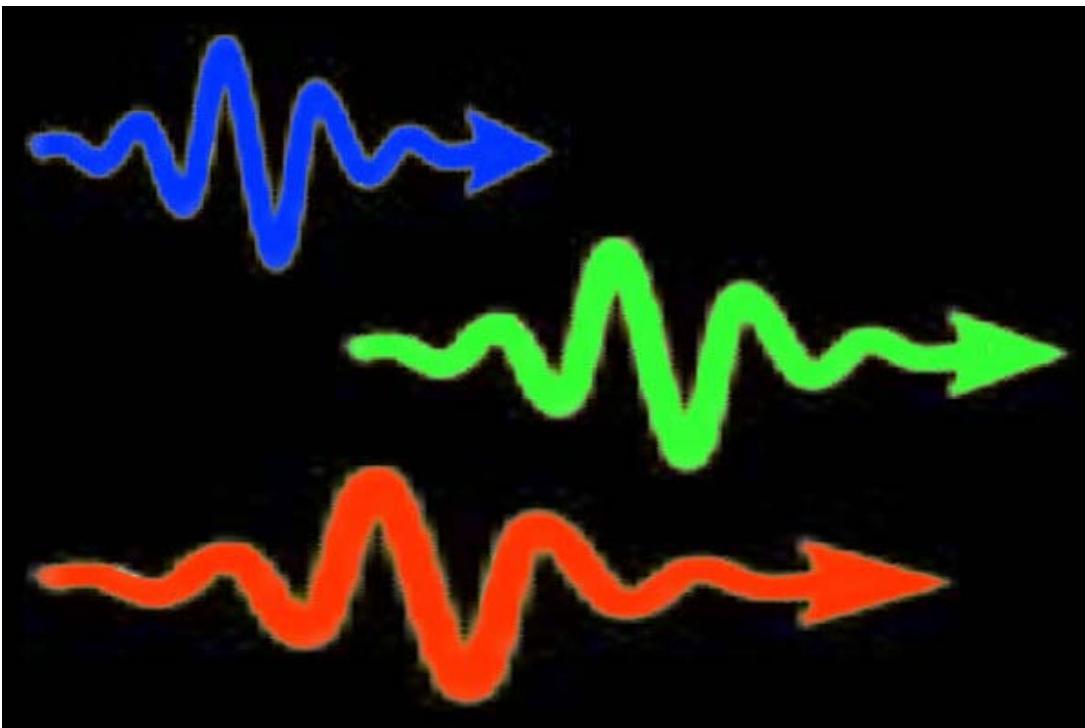


relativistisch betrachtet

Masselose Teilchen

relativistischer Energie - Impulssatz

$$E_{SRT}^2 = p_{SRT}^2 c^2 + m_0^2 c^4$$



Für masseloses Teilchen gilt

relativistischer Energie-Impulssatz
 $I : E_{SRT} = p_{SRT}c + 0 = \gamma_{SRT}m_0c^2$

relativistischer Impuls
 $p_{SRT} = \gamma_{SRT}m_0v_{object}$

$II : p_{SRT}c = \gamma_{SRT}m_0v_{object}c$

Vergleich von Gleichungen I+II liefert
 $\gamma_{SRT}m_0c^2 = \gamma_{SRT}m_0v_{object}c$
 $v_{object} = c$ und $\gamma_{SRT}m_0 = p_{SRT}$

Diagnose

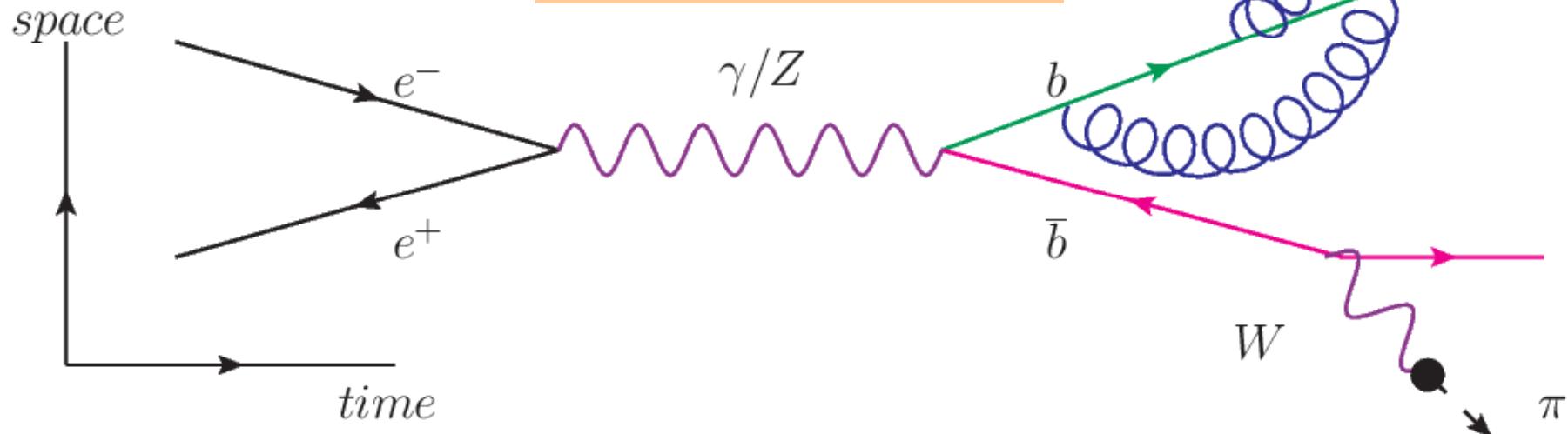
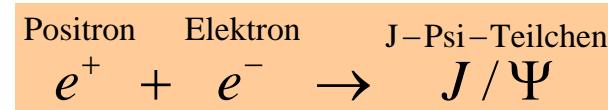
- Gleichung erfüllt, wenn sich Teilchen mit Lichtgeschwindigkeit bewegt
- ALLE masselose Teilchen (speziell Photonen) bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit



Energie-Impuls-Erhaltung Annihilation

Dimensionsanalyse für relativistische Einheit
Impuls

$$[p_{SRT}] = \left[\frac{\text{Energie}}{\text{Lichtgeschwindigkeit}} \right] = \left[\frac{\text{eV}}{c} \right]$$



Diagnose

Elektron-Positron Stoß bei relativistischem Impuls von 1.55 GeV/c generiert ein neues Teilchen

Energie-Impuls-Erhaltung Annihilation

Impulserhaltungssatz

$$p_{total} = p_1 + p_2$$

$$p_{total} = 1.55\text{GeV}/c - 1.55\text{GeV}/c = 0$$

Energieerhaltungssatz

$$E_{total} = E_1 + E_2$$

relativistische Energie-Impulsgleichung

$$m_{J/\Psi}c^2 = \sqrt{E_{SRT} - p_{SRT}c}$$

$$E_1 = \sqrt{(1.55\text{ GeV})^2 - (0.000511\text{ GeV})^2} \approx 1.55\text{ GeV}$$

$$E_1 = E_2$$

$$m_{J/\Psi}c^2 = E_{total} = 3.1\text{ GeV}$$

Diagnose

J/ Ψ -Teilchen hat Ruhemasse von 3.1 GeV

