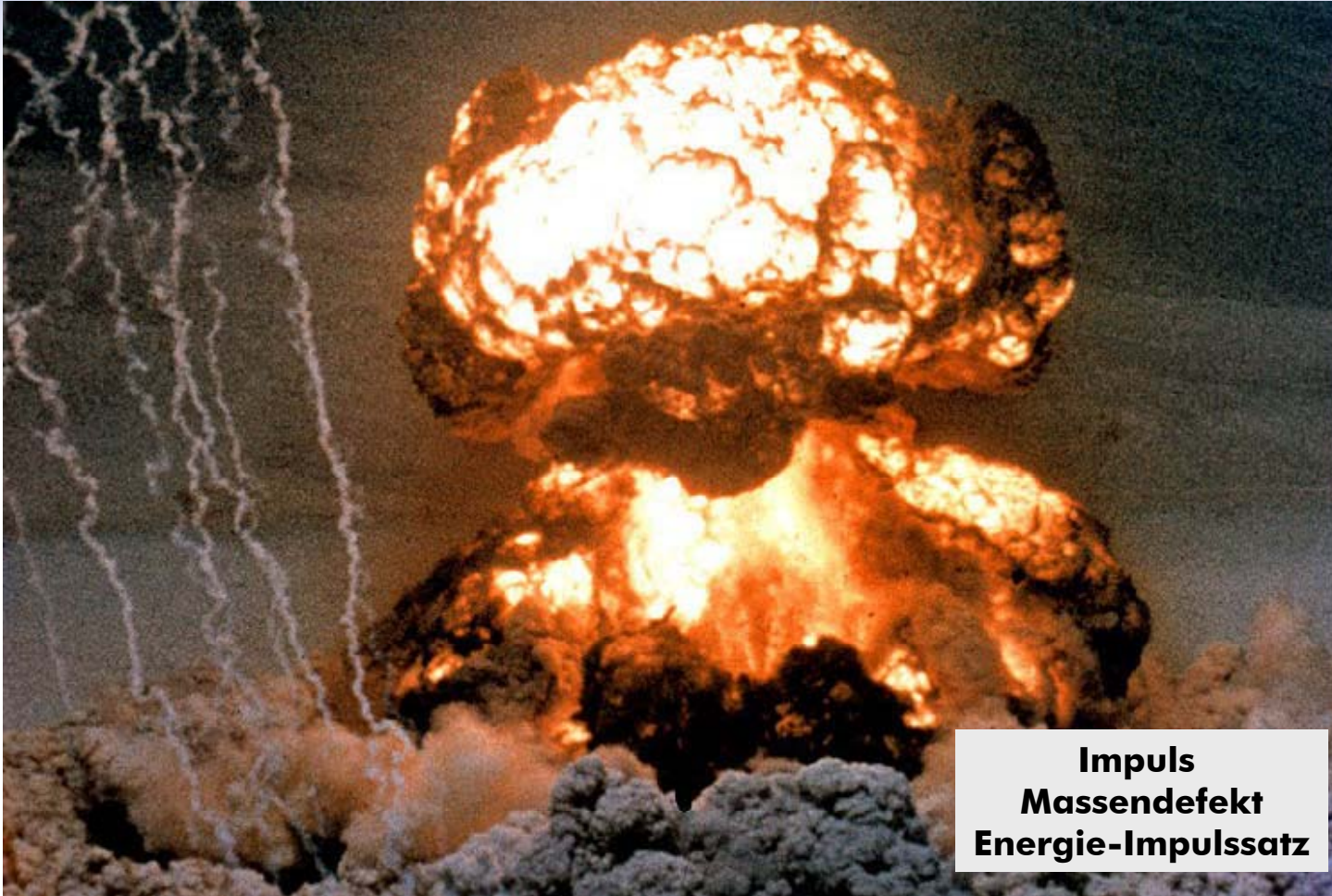


**Nach der in dieser entwickelten Auffassung ist
der Satz von der Konstanz der Masse ein Spezialfall des Energieprinzips
Das Prinzip von der Erhaltung der Schwerpunktsbewegung und die Trägheit der Energie
Albert Einstein, Ann. Phys. 20, 627 (1906)**



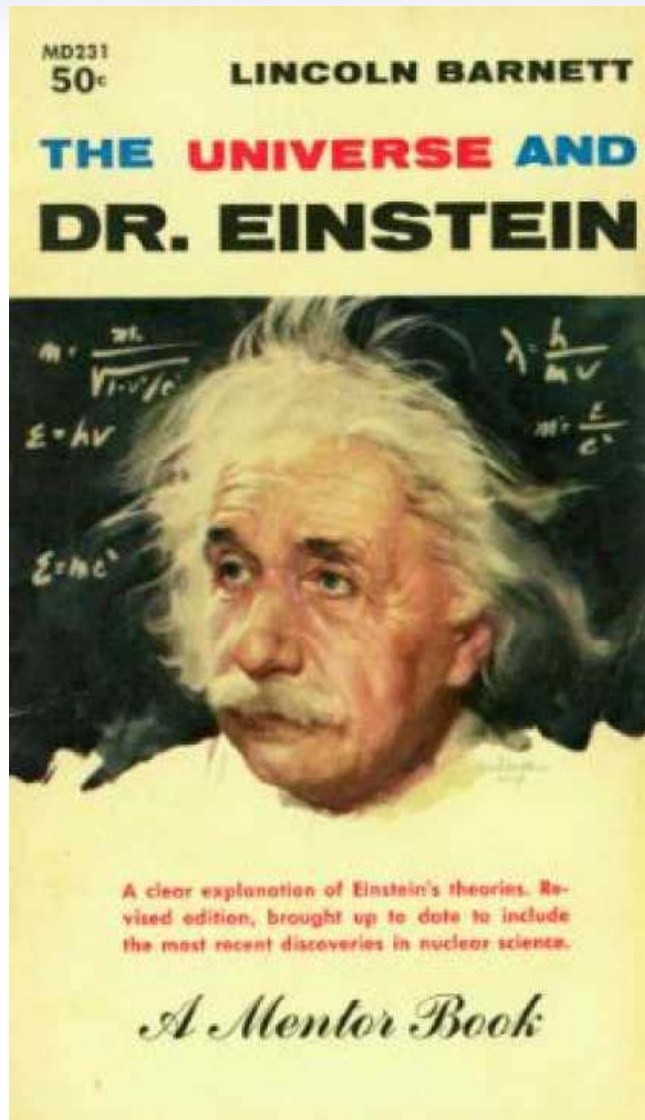
**Impuls
Massendefekt
Energie-Impulssatz**

$$E=mc^2$$

Extrablatt

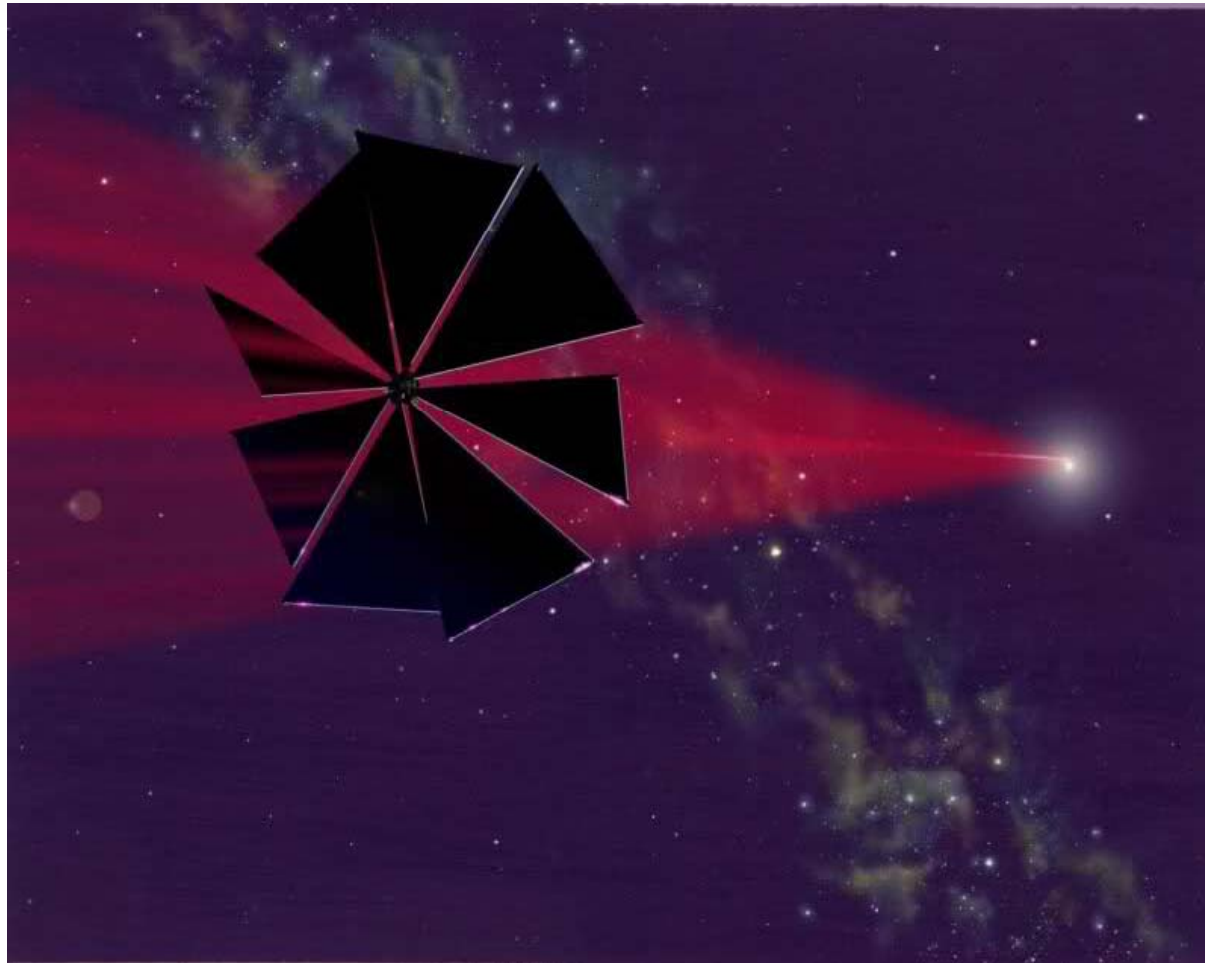
Brief an den Herausgeber des LIFE Magazines 19. Juni 1948

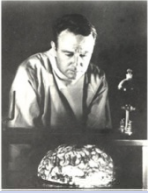
Albert Einstein an Lincoln Barnett



Es ist nicht von der Masse M eines bewegten Körpers zu sprechen, da für M keine klare Definition gegeben werden kann. Man beschränke sich besser auf die Ruhe-Masse. Daneben kann man ja den Ausdruck für Momentum und Energie geben, wenn man dass Trägheitsverhalten rasch bewegter Körper angeben will.

Thema $E=mc^2$ Lichtimpuls





relativistisch betrachtet Impulserhaltung

Impuls in klassischer Mechanik

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Teilchen bewegt sich mit gewisser Geschwindigkeit

Symptome

- in Waggon wird an linker Wand Lichtpuls mit Energie E und Impuls $p=E/c$ ausgelöst
- Waggon bewegt sich aufgrund Impulserhaltung nach links
- linke Wand bewegt sich dem Lichtpuls entgegen
- am anderen Ende des Zugabteils wird Licht absorbiert

Dimensionskontrolle

$$[p_{light}] = \left[\frac{E_{light}}{c} \right] = \left[\frac{Nm}{m/s} \right] = \left[\frac{kgm}{s^2} s \right] = \left[kg \frac{m}{s} \right]$$

klassische Mechanik

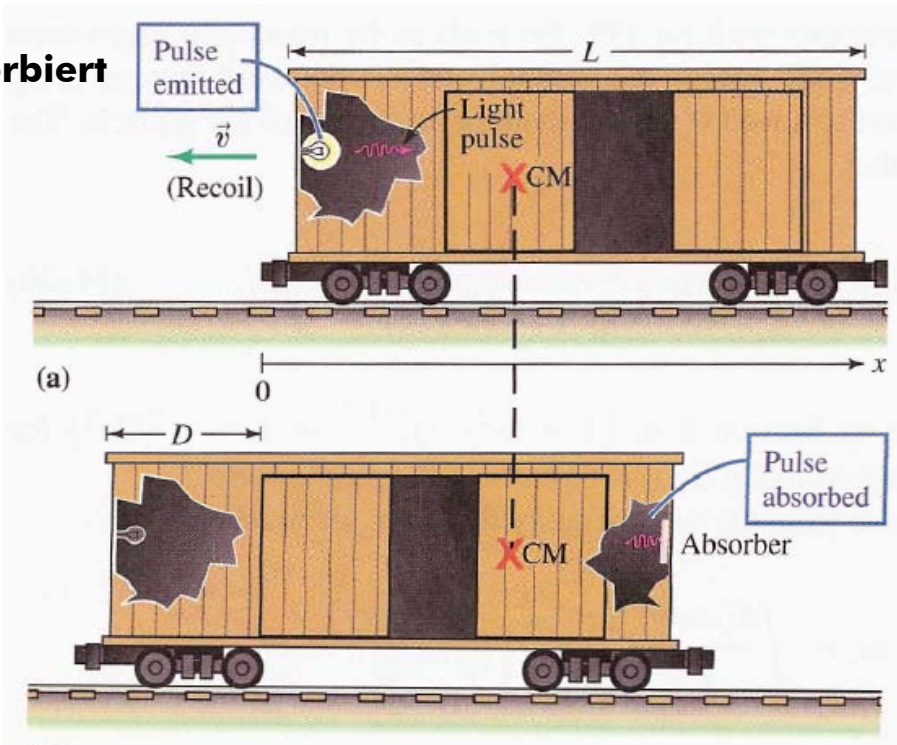
$$[p_{light}] = \left[kg \frac{m}{s} \right] = [mv]$$

IMPULSERHALTUNG

Impuls Licht

Impuls Zugwaggon

$$\textcircled{1} \frac{E_{light}}{c} = m_{Waggon} v_{Waggon}$$



Diagnose

Es gilt Impulserhaltung, wie aus klassischer Mechanik bekannt



relativistisch betrachtet Impulserhaltung

Lichtweg zwischen Emission und Absorption wird kürzer

$$ct_{\text{light}} = L_{\text{Waggon}} - v_{\text{Waggon}} t_{\text{light}}$$

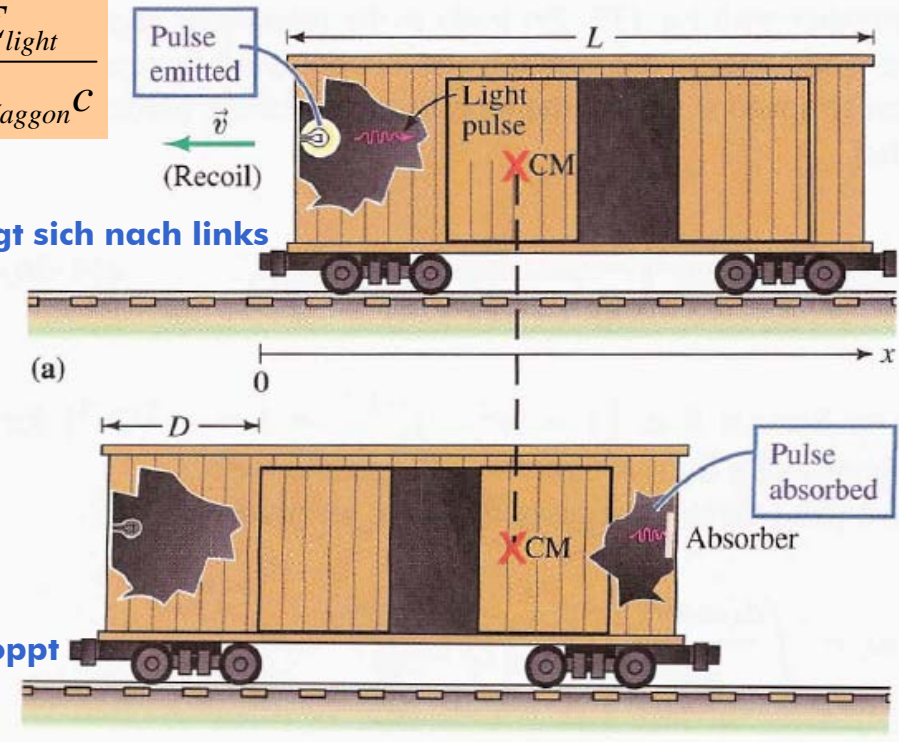
$$t_{\text{light}} = \frac{L_{\text{Waggon}}}{c + v_{\text{Waggon}}} = \frac{L_{\text{Waggon}}}{c + \frac{E_{\text{light}}}{m_{\text{Waggon}} c}}$$

aus Impulserhaltung

Zeitspanne zwischen Emission und Absorption

$$\textcircled{1} \quad v_{\text{Waggon}} = \frac{E_{\text{light}}}{m_{\text{Waggon}} c}$$

Waggon bewegt sich nach links



Waggon stoppt

Strecke, die Waggon zwischen Emission und Absorption zurück legt

$$D_{\text{Waggon}} = v_{\text{Waggon}} t_{\text{light}} = \frac{E_{\text{light}}}{m_{\text{Waggon}} c} \frac{L_{\text{Waggon}}}{\left(c + \frac{E_{\text{light}}}{m_{\text{Waggon}} c} \right)} = \frac{E_{\text{light}} L_{\text{Waggon}}}{m_{\text{Waggon}} c^2 + \frac{m_{\text{Waggon}} c E_{\text{light}}}{m_{\text{Waggon}} c}} = \frac{E_{\text{light}} L_{\text{Waggon}}}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2} \quad \textcircled{2}$$

Diagnose

Wagen stoppt an ANDERER Stelle aufgrund Impulserhaltung

relativistisch betrachtet Impulserhaltung

meehanik
Miesięcznik Naukowo-Techniczny

Definition Schwerpunkt für zwei Punktmassen

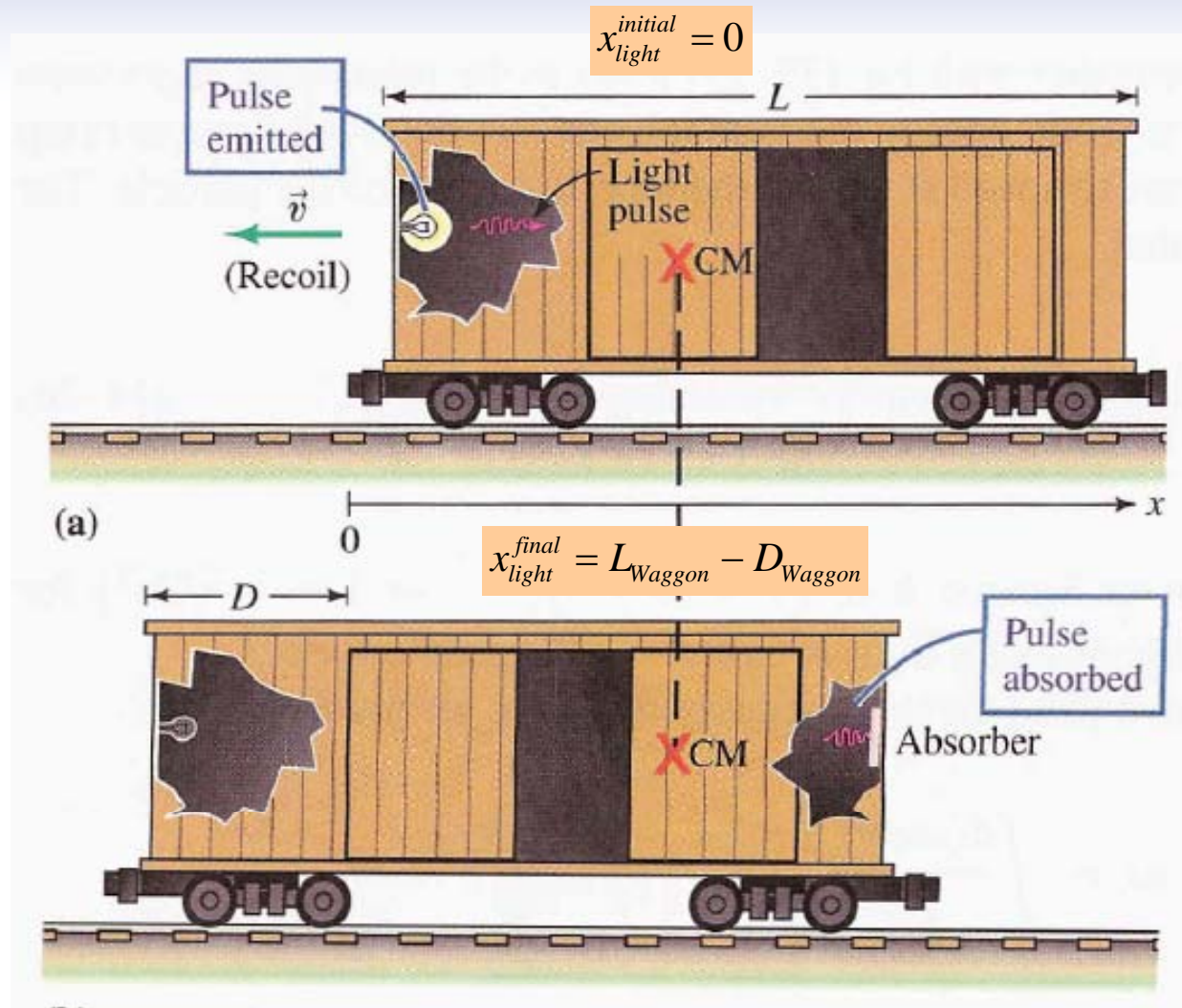
$$CoM = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$



**Impulserhaltung
Hebelgesetz
Besen**

Schwerpunkt Waggon vor Emission Lichtpulses

$$CoM_{Waggon}^{initial} = L_{Waggon} / 2$$



Diagnose

Wenn Impulserhaltung gilt, bewegt sich Schwerpunkt Waggon nicht

relativistisch betrachtet Impulserhaltung

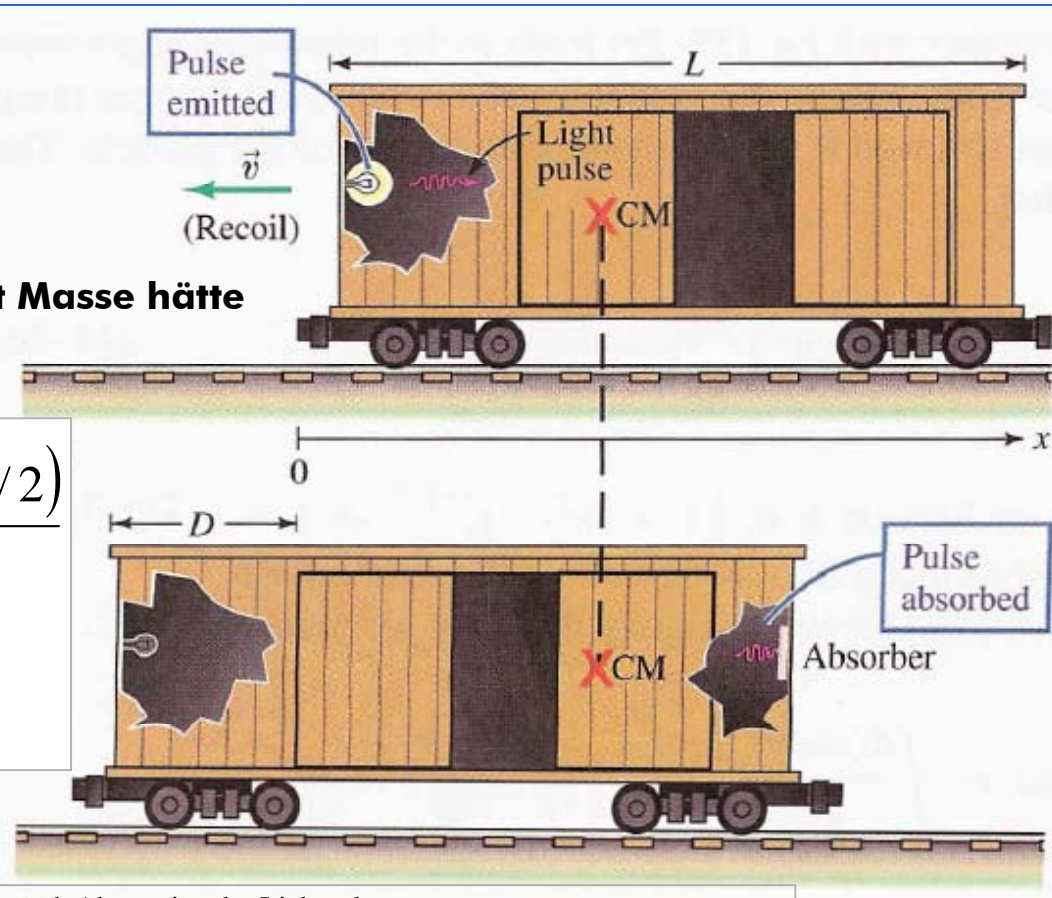
Symptome

Wenn Licht die physikalische Eigenschaft Masse hätte

vorher

$$CoM_{Waggon}^{initial} = \frac{\mu_{light} \cdot 0 + m_{Waggon} (L_{Waggon} / 2)}{\mu_{light} + m_{Waggon}}$$

$$CoM_{Waggon}^{initial} = \frac{m_{Waggon} (L_{Waggon} / 2)}{\mu_{light} + m_{Waggon}}$$



nachher

$$CoM_{Waggon}^{final} = \frac{\mu_{light} (L_{Waggon} - D_{Waggon}) + m_{Waggon} (L_{Waggon} / 2 - D_{Waggon})}{\mu_{light} + m_{Waggon}}$$

Da IMPULSERHALTUNG immer gilt, muss folgende Gleichung erfüllt sein

$$CoM_{Waggon}^{initial} = CoM_{Waggon}^{final}$$

Zwar hat sich der Waggon bewegt, aber der Schwerpunkt des Gesamtsystems hat sich in dem Vorgang NICHT bewegt

Diagnose

- tatsächlich hat sich Wagen bewegt, obwohl das Photon keine Masse hat
- Lichtpuls muss man äquivalente Masse μ zuschreiben

relativistisch betrachtet Impulserhaltung

Gleichung umstellen und nach äquivalenter Masse μ_{light} auflösen

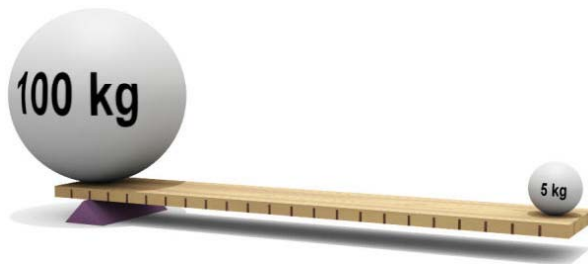
$$CoM_{\text{Waggon}}^{\text{initial}} = \frac{m_{\text{Waggon}} (L_{\text{Waggon}} / 2)}{\cancel{\mu_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}}}} = \frac{\mu_{\text{light}} (L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}}) + m_{\text{Waggon}} (L_{\text{Waggon}} / 2 - D_{\text{Waggon}})}{\cancel{\mu + m_{\text{Waggon}}}} = CoM_{\text{Waggon}}^{\text{final}}$$

$$m_{\text{Waggon}} (L_{\text{Waggon}} / 2) = \mu_{\text{light}} (L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}}) + m_{\text{Waggon}} (L_{\text{Waggon}} / 2 - D_{\text{Waggon}})$$

$$\cancel{\frac{m_{\text{Waggon}} L_{\text{Waggon}}}{2}} = \mu_{\text{light}} L_{\text{Waggon}} - \mu_{\text{light}} D_{\text{Waggon}} + \cancel{\frac{m_{\text{Waggon}} L_{\text{Waggon}}}{2}} - m_{\text{Waggon}} D_{\text{Waggon}}$$

$$0 = \mu_{\text{light}} L_{\text{Waggon}} - \mu_{\text{light}} D_{\text{Waggon}} - m_{\text{Waggon}} D_{\text{Waggon}}$$

$$0 = \mu_{\text{light}} (L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}}) - m_{\text{Waggon}} D_{\text{Waggon}}$$



3 Äquivalente Masse des Lichts

$$\mu_{\text{light}} = \frac{m_{\text{Waggon}} D_{\text{Waggon}}}{L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}}}$$

Diagnose

- Äquivalente Masse des Lichts berechnet mit makroskopisch messbaren Größen
- aus diesem Ausdruck werden wir jetzt die Einsteingleichung abzugleichen

relativistisch betrachtet

Impulserhaltung

Symptome

Wegstrecken mit bekannten Parameter ausdrücken

$$D_{\text{Waggon}} = \frac{E_{\text{light}} L_{\text{Waggon}}}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2}$$



Wegstrecke zwischen Emission und Absorption

$$L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}} = L_{\text{Waggon}} - \frac{E_{\text{light}} L_{\text{Waggon}}}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2}$$

$$L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}} = L_{\text{Waggon}} \left(1 - \frac{E_{\text{light}}}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2} \right)$$

$$L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}} = L_{\text{Waggon}} \left(\frac{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2} - \frac{E_{\text{light}}}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2} \right)$$

$$L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}} = L_{\text{Waggon}} \left(\frac{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2 - E_{\text{light}}}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2} \right)$$

④ Wegstrecke zwischen Emission und Absorption

$$L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}} = \frac{L_{\text{Waggon}} m_{\text{Waggon}} c^2}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2}$$

relativistisch betrachtet Impulserhaltung

$$D_{\text{Waggon}} \stackrel{\textcircled{2}}{=} \frac{E_{\text{light}} L_{\text{Waggon}}}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2}$$

$$L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}} \stackrel{\textcircled{4}}{=} \frac{L_{\text{Waggon}} m_{\text{Waggon}} c^2}{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2}$$

Äquivalente Masse des Lichts

$$\mu_{\text{light}} \stackrel{\textcircled{3}}{=} \frac{m_{\text{Waggon}} D_{\text{Waggon}}}{L_{\text{Waggon}} - D_{\text{Waggon}}}$$

$$\mu_{\text{light}} = \frac{m_{\text{Waggon}} E_{\text{light}} L_{\text{Waggon}}}{\cancel{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2} \cdot \cancel{E_{\text{light}} + m_{\text{Waggon}} c^2}}$$

$$\mu_{\text{light}} = \frac{m_{\text{Waggon}} E_{\text{light}} L_{\text{Waggon}}}{L_{\text{Waggon}} m_{\text{Waggon}} c^2}$$

$$\mu_{\text{light}} = \frac{E_{\text{light}}}{c^2}$$

Masse–Energie Beziehung

$$E_{\text{light}} = \mu_{\text{light}} c^2$$

value

energy | mass | speed of light

$$E = mc^2$$

J | kg | 299,792,458 m/s

units

$c^2 = 89,875,517,873,681,800 \text{ m}^2/\text{s}^2$

Diagnose

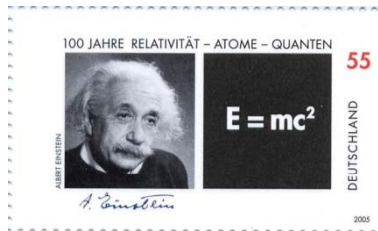
- Masse und Energie sind austauschbare Konzepte
- jedem Objekt mit Masse kann eine Ruheenergie zugeordnet werden



relativistisch betrachtet Energie

Symptome

Nur im Ruhesystem des Körpers wird Masse eines Objekts richtig bestimmt



Einsteins Energiegleichung

$$E_0 = m_{\text{Ruhemasse}} c^2$$

Ruheenergie

$$[m_0] = \left[\frac{\text{relativistische Einheit der Masse}}{\text{Lichtgeschwindigkeit}^2} \right] = \left[\frac{\text{Ruheenergie}}{c^2} \right] = \left[\frac{\text{eV}}{c^2} \right]$$

Ruhemasse des Elektrons

$$m_e = 511 \frac{\text{keV}}{c^2}$$

Umrechnung

$$m_{\text{proton}} = \overset{\text{atomic mass unit}}{1 \text{ amu}} = \overset{\text{SI-Einheit}}{1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}$$

$$\overset{\text{Energieeinheit der Atomphysik}}{1 \text{ eV}} = \overset{\text{SI-Einheit}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

$$c^2 = \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 931.5 \frac{\text{MeV}}{\text{amu}}$$

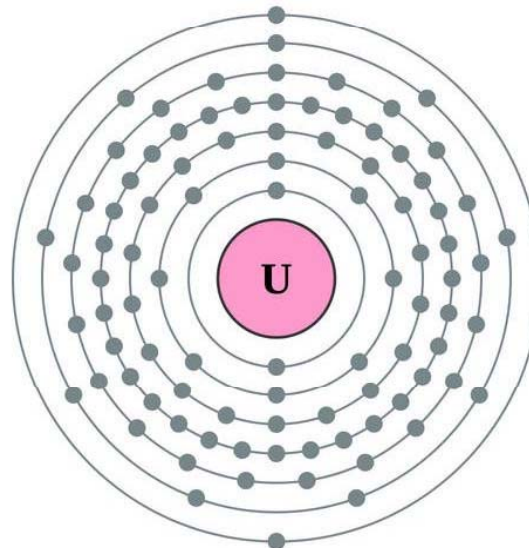
Energieeinheit der Elementarteilchenphysik

Diagnose

- **Ruhemasse ist Masse eines Objekts in seinem RUHESYSTEM**
- **$E=m_0c^2$ ist potenzielle Energie eines Körpers, genannt seine RUHEENERGIE**

physikalisch relevant Ruheenergie

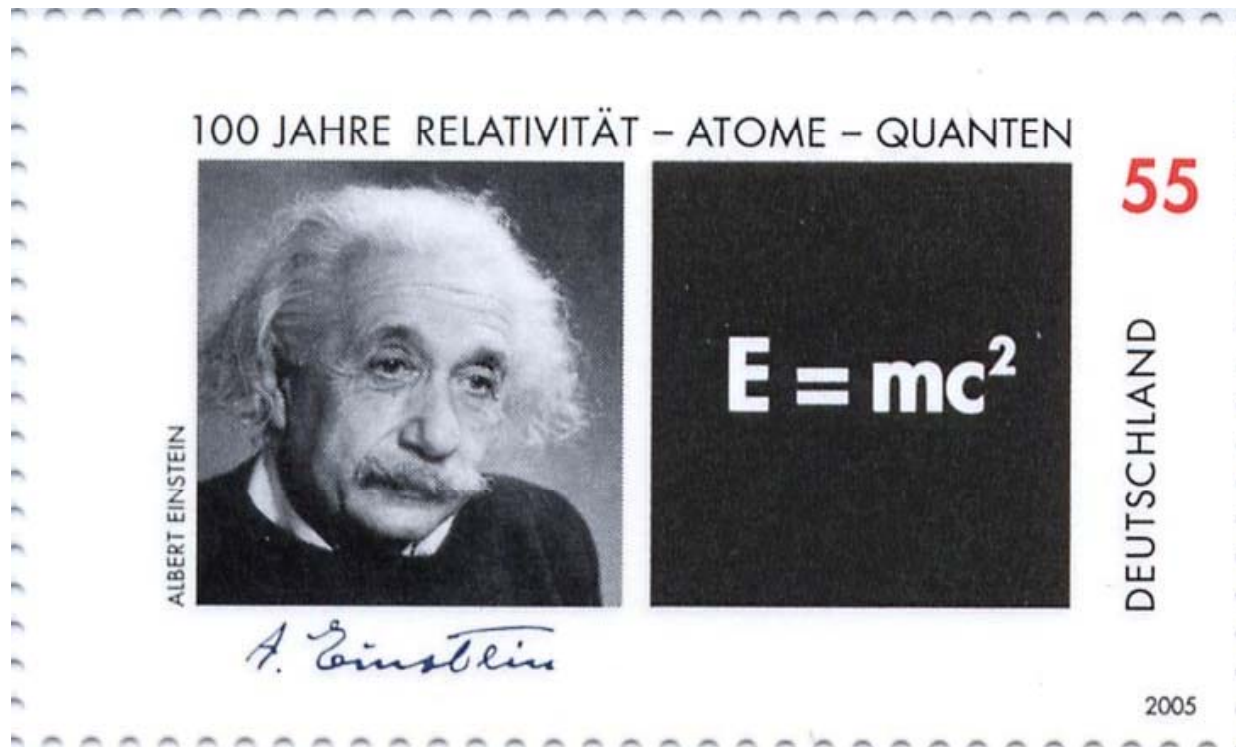
| Objekt | Masse | Ruheenergie | |
|---------------|----------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|
| | | in SI-Einheiten | auch mal in anderen Energieeinheiten |
| Elektron | $9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ | $8.19 \cdot 10^{-14} \text{ J}$ | 511 keV |
| Proton | $1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ | $1.5 \cdot 10^{-10} \text{ J}$ | 938 MeV |
| Uranatom | $3.95 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ | $3.55 \cdot 10^{-8} \text{ J}$ | 226 GeV |
| Staubteilchen | $1 \cdot 10^{-13} \text{ kg}$ | $1 \cdot 10^4 \text{ J}$ | 2 kcal |
| Cent | $3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ | $2.8 \cdot 10^{14} \text{ J}$ | 78 GW · h |



Einsteins Bemerkungen

$$E=mc^2$$

***Es existiert vorläufig nicht der leiseste Anhalt dafür,
ob und wann jemals diese Energiegewinnung erzielt werden könnte (1920)***



Einige neuere Untersuchungen von Enrico Fermi und Leo Szilard, die mir im Manuskript zugänglich wurden, lassen mich erwarten, daß das Element Uran zu einer neuen und wichtigen Energiequelle in der unmittelbaren Zukunft werden kann... (1939)

Welche Abmessungen hat das Elektron?

Symptome

Tatsächliche Größe des Elektrons kann nicht experimentell bestimmt werden

Wie groß ist das Elektron?

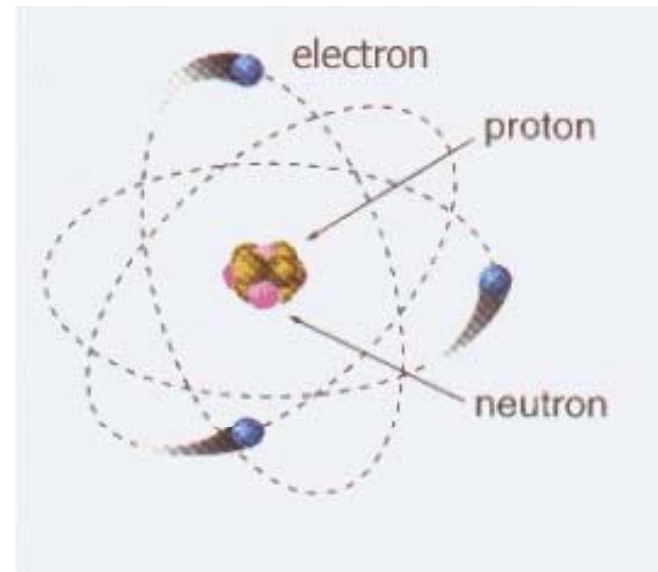
Einstein Energiegleichung meets Coulombpotenzial

$$\underset{\text{Coulombpotenzial}}{U_e} = \underset{\text{Einsteingleichung}}{E_{mc^2}}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_e} = m_e c^2$$

$$r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e c^2} = 0.28 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

Radius des Elektrons



Diagnose

Aus den Naturkonstanten kann die Größe fundamentaler Größen bestimmt werden

relativistisch betrachtet Impuls

Symptome

- Erhaltungssätze wie Energie- und Impulserhaltung sind die Eckpfeiler der Physik
- gilt Impulserhaltung, wenn sich Beobachter in unterschiedlichen Bezugssystem befinden?



Newtonscher Impuls in klassischer Physik

$$p_{\text{classical}} = m_{\text{object}} v_{\text{object}}$$

$$p_{\text{classical}} = m_{\text{object}} \frac{\Delta x_{\text{object}}}{\Delta t}$$

Landmarke der Physik

Impulserhaltungssatz

$$p_{\text{initial}} = p_{\text{final}}$$

Einstein sagt: Nur im Ruhesystems des Objektes wird physikalische Größe richtig bestimmt

$$p_{\text{SRT}} = m_{\text{object}} \frac{\Delta x_{\text{object}}}{\Delta t_{\text{ruhend}} \text{ Eigenzeit}} = m_{\text{object}} \frac{\Delta x_{\text{object}}}{\Delta t_{\text{bewegt}}} \frac{\Delta t_{\text{bewegt}}}{\Delta t_{\text{ruhend}}}$$

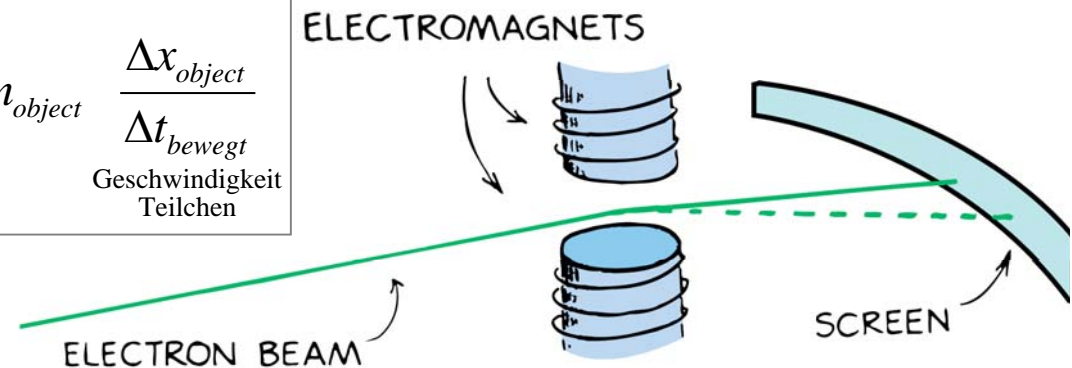
$$p_{\text{SRT}} = m_{\text{object}} \frac{\Delta t_{\text{bewegt}}}{\Delta t_{\text{ruhend}}} \frac{\Delta x_{\text{object}}}{\Delta t_{\text{bewegt}}} = \gamma_{\text{SRT}} m_{\text{object}} \frac{\Delta x_{\text{object}}}{\Delta t_{\text{bewegt}}}$$

$\Delta t_{\text{bewegt}} = \gamma_{\text{SRT}} \Delta t_{\text{ruhend}}$ Geschwindigkeit Teilchen

relativistischer Impuls

$$p_{\text{SRT}} = \gamma_{\text{SRT}} m_{\text{object}} v_{\text{object}}$$

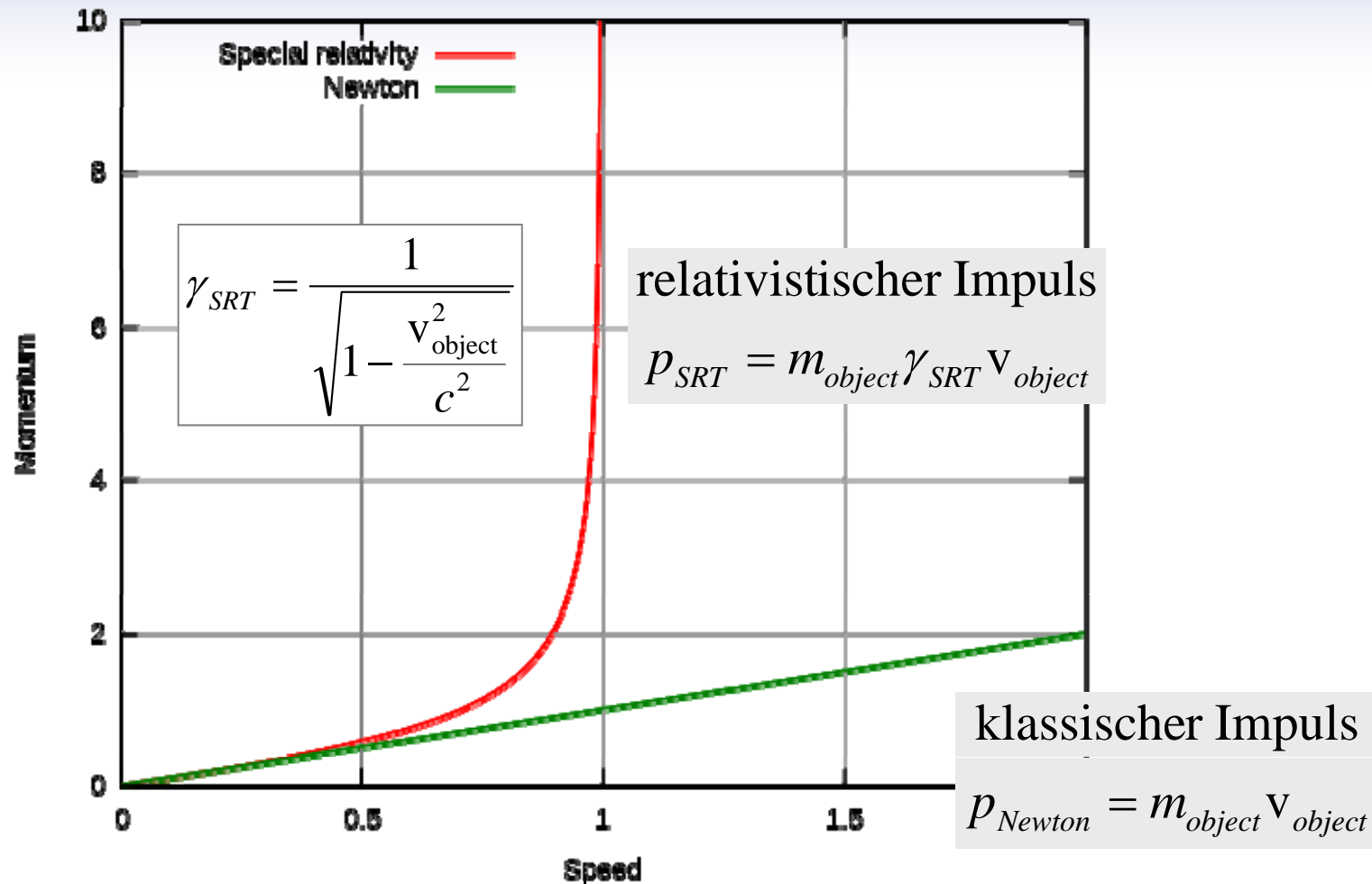
Impulsanalyse im Magnetfeld



Diagnose

- im Gegensatz zu klassischer Physik strebt p_{SRT} gegen Unendlich bei hohen Geschwindigkeiten
- relativistische Version garantiert Impulserhaltung in allen Bezugssystemen

relativistische Missverständnisse



MISCONCEPTION

- Masse eines Körpers verändert sich NICHT mit der Geschwindigkeit
- Beobachter kann Masse eines ruhenden Körpers über Gravitation bestimmen
- Masse bewegter Körper kann unabhängig vom Impuls bestimmt werden

relativistischer Anschub Kraftstoß

Symptome

- **Kraftstoß** beschreibt kennzeichnet zeitliche Wirkung einer Kraft auf Körper
- **gleicher Impuls** von Beobachter auf ruhenden und bewegten Körper mit jeweils gleicher Masse
- **allerdings** gehen in den unterschiedlichen Bezugssystemen die Uhren **ANDERS**

Kraftstoß in klassischer Mechanik

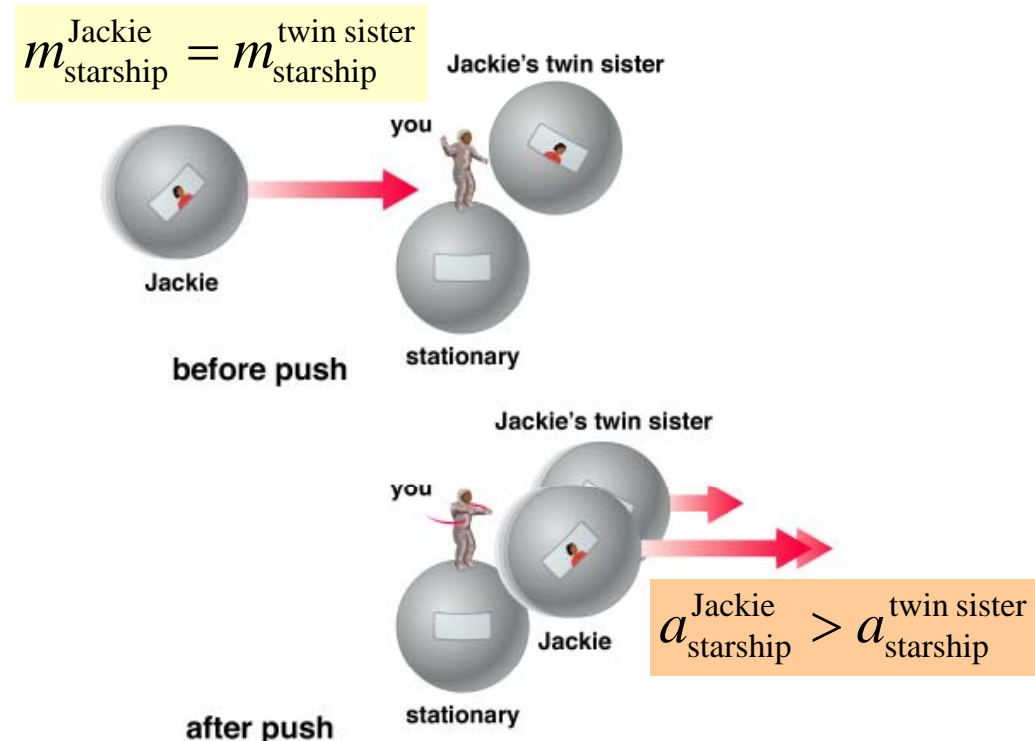
$$J = \int_{t_i}^{t_f} p dt$$

relativistischer Kraftstoß

$$J^{ruhend} = \int_{t_i^{ruhend}}^{t_f^{ruhend}} p dt$$

$$J^{bewegt} = \int_{t_i^{bewegt}}^{t_f^{bewegt}} p dt$$

$$J^{ruhend} > J^{bewegt}$$



Diagnose

- **Uhren im bewegten Raumschiff gehen langsamer**
- **unterschiedlicher Kraftstoß führt zu unterschiedlichen Beschleunigungen**
- **Schlussfolgerung könnte sein, dass Massen der Raumschiffe nicht identisch**
- **alternative Schlussfolgerung wäre, dass bewegtes Raumschiff größere Masse hat**

relativistisch betrachtet Kraft



Newton 2

$$\vec{F}_{nrel} = m_{object} \vec{a}_{object} = m_{object} \frac{d}{dt} \vec{v}_{object}$$

Kraft in klassischer Mechanik



relativistischer Impuls

$$p_{SRT} = m_{object} v_{object}$$

$$p_{SRT} = m_0 \gamma_{SRT} v_{object}$$

$$p_{SRT} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} v_{object}$$

relativistische Kraft

$$\vec{F}_{SRT} = \frac{d}{dt} \vec{p}_{SRT}$$

$$F_{SRT} = \frac{d}{dt} \frac{m_0 \vec{v}_{object}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_{object}}{c} \right)^2}}$$

mathematische Trickkiste

$$\frac{d}{dv} \frac{dv}{dt}$$

Kraft in Richtung parallel zu relativistischer Bewegung

$$F_x^{SRT} = \frac{m_0}{\sqrt{(1 - \beta^2)^3}} a_x^{object} = m_0 \gamma_{SRT}^3 a_x^{object}$$

Kraft in Richtung senkrecht zu relativistischer Bewegung

$$F_{\perp}^{SRT} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} a_{\perp}^{object} = m_0 \gamma_{SRT} a_{\perp}^{object}$$

Diagnose

- Beschleunigung durch Kraft hängt davon ab, ob parallel oder senkrecht zur Geschwindigkeit
- in der Regel ist Beschleunigung nicht parallel zu wirkenden Kraft

LETTERE AL NUOVO CIMENTO

A CURA DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

VOL. III, N. 2

Serie prima

8 Gennaio 1970

On the Transformation of Force in Relativistic Statics.

L. KARLOV

Department of Applied Mathematics, The University of Sydney - Sydney

(ricevuto il 18 Ottobre 1969)

The old relativistic problem of the right-angled lever was recently the subject of communications by ARZELIÈS ⁽¹⁾ and NEWBURGH ⁽²⁾. ARZELIÈS, in particular, has rejected the long-held idea of an internal energy current (the Laue current) and transverse momentum as physically unreasonable, a view which appears also to be shared by BROWN ⁽³⁾ and possibly by ARANOFF ⁽⁴⁾. The purpose of the Laue current was of course to account for the absence of rotation of the lever when observed from a reference system S' , which is in uniform rectilinear motion relative to the system S in which the lever is at rest in equilibrium, even though the forces on the lever, in S' , reduce to an unbalanced couple. The couple arises as a result of the equations by means of which the external forces on the lever are transformed from S to S' . And, in turn, the transformation equations for force are provided by relativistic particle dynamics: the resultant force on a particle is defined as the time rate of change of the particle momentum, its relativistic transformation being then inferred from the transformations of momentum and of time.

In the case where the particle is (instantaneously) at rest in an inertial reference system S , and taking the second system S' in the usual standard configuration with respect to S , in motion in the positive x direction with constant speed V , the equations in question are

$$(1) \quad F'_x = F_x, \quad F'_y = (1 - V^2/c^2)^{\frac{1}{2}} F_y, \quad F'_z = (1 - V^2/c^2)^{\frac{1}{2}} F_z.$$

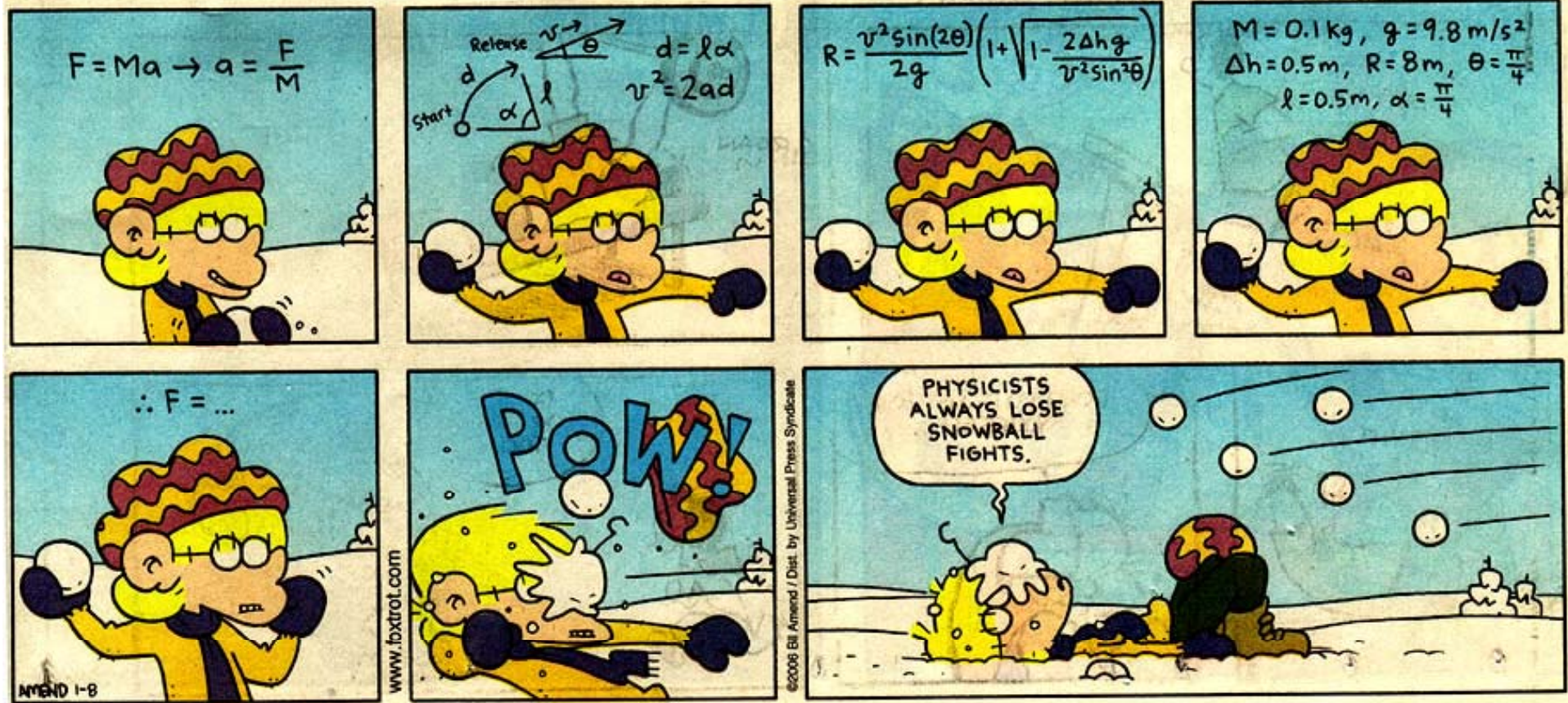
These are the equations employed to transform forces in relativistic statics.

⁽¹⁾ H. ARZELIÈS: *Nuovo Cimento*, **35**, 783 (1965); also **61 B**, 207 (1969).

⁽²⁾ R. G. NEWBURGH: *Nuovo Cimento*, **61 B**, 201 (1969).

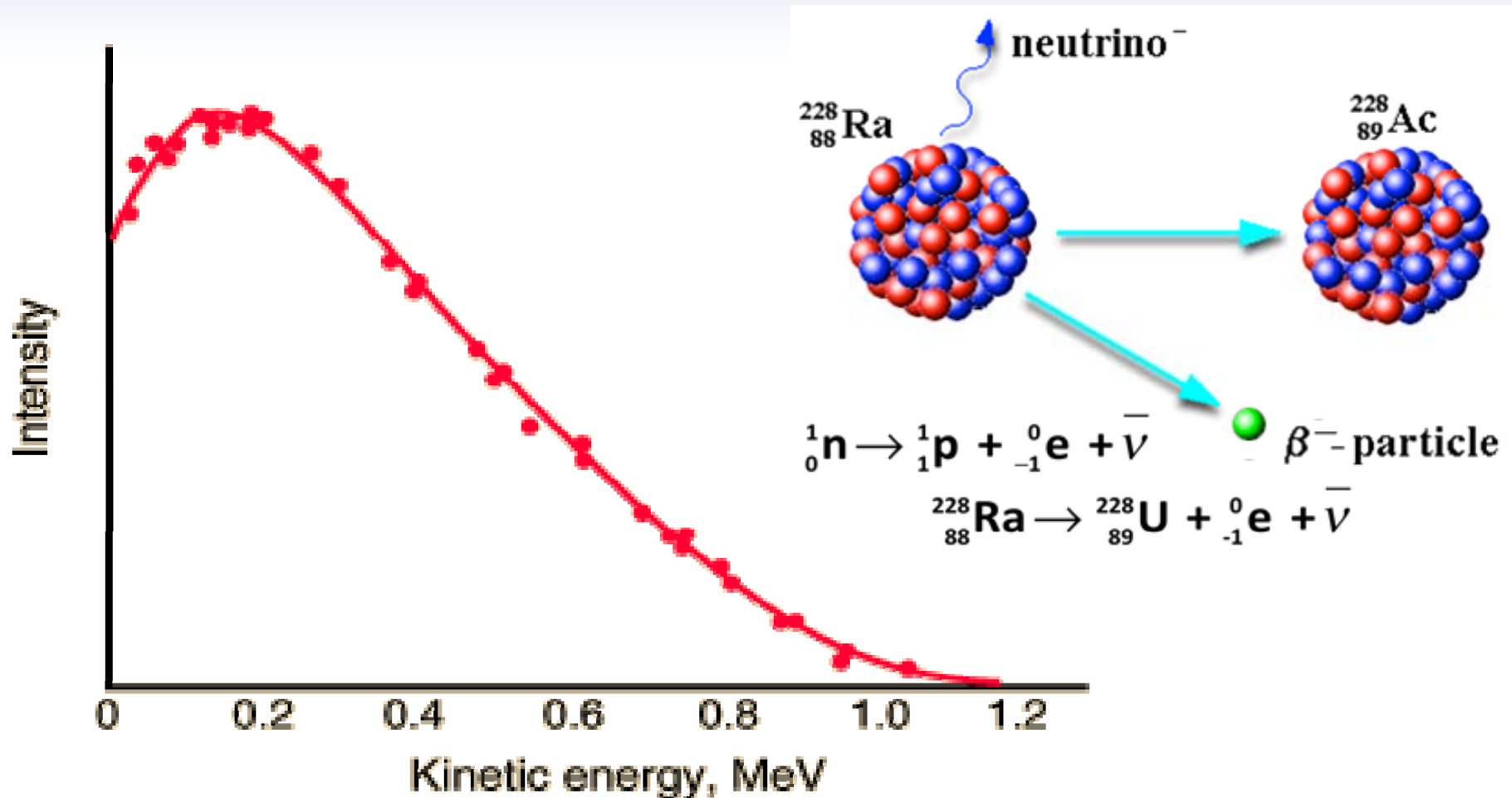
⁽³⁾ G. B. BROWN: *I.P.P.S. Bulletin (London)*, **18**, 71 (1967).

⁽⁴⁾ S. ARANOFF: *Am. Journ. Phys.*, **37**, 453 (1969).



1901-1915

Kaufmann-Bucherer-Neumann Experimente



Diagnose

Radioaktiver Beta-Zerfall erzeugt Elektronen (β -Teilchen) mit stark unterschiedlichen Energien

Newton spricht Lorentzkraft

Symptome

Geladenes Teilchen tritt mit Impuls in Magnetfeld ein

Lorentzkraft

$$\vec{F}_M = q_e \vec{v} \times \vec{B}_M$$

Newton 2

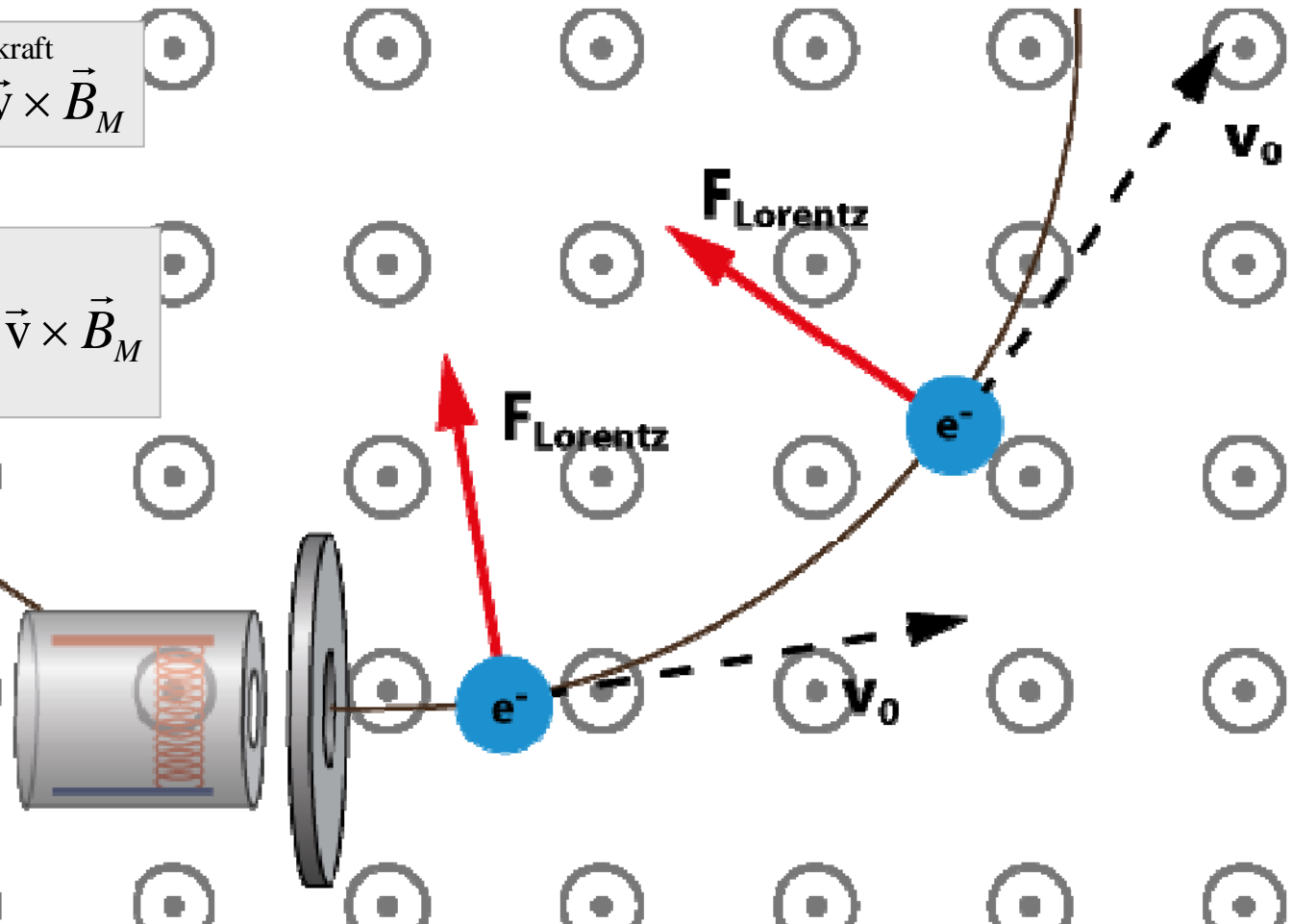
$$\vec{a}_M = \frac{\vec{F}_M}{m_0} = \frac{q_e}{m_0} \vec{v} \times \vec{B}_M$$

Zentripetalbeschleunigung

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{q_e v B_M}{m_q}$$

$$r = \frac{m_0 \vec{v}}{q_e \vec{B}_M} = \frac{p_q}{q_e \vec{B}_M}$$

Radius der Kreisbahn



Diagnose

Nach klassischer Mechanik ist Radius der Kreisbahn proportional dem Impuls des Teilchens

Newton spricht Lorentzkraft

Symptome

Geladenes 10 MeV Teilchen tritt mit klassischem Impuls in Magnetfeld ein

klassischer Impuls nach Newton 2

$$p_{nrel} = \sqrt{2m_0 E_{kin}}$$

$$p_{nrel} = \sqrt{2 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 10 \text{ MeV} \cdot 1.6 \cdot 10^{13} \text{ J/MeV}}$$

$$p_{nrel} = 17 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

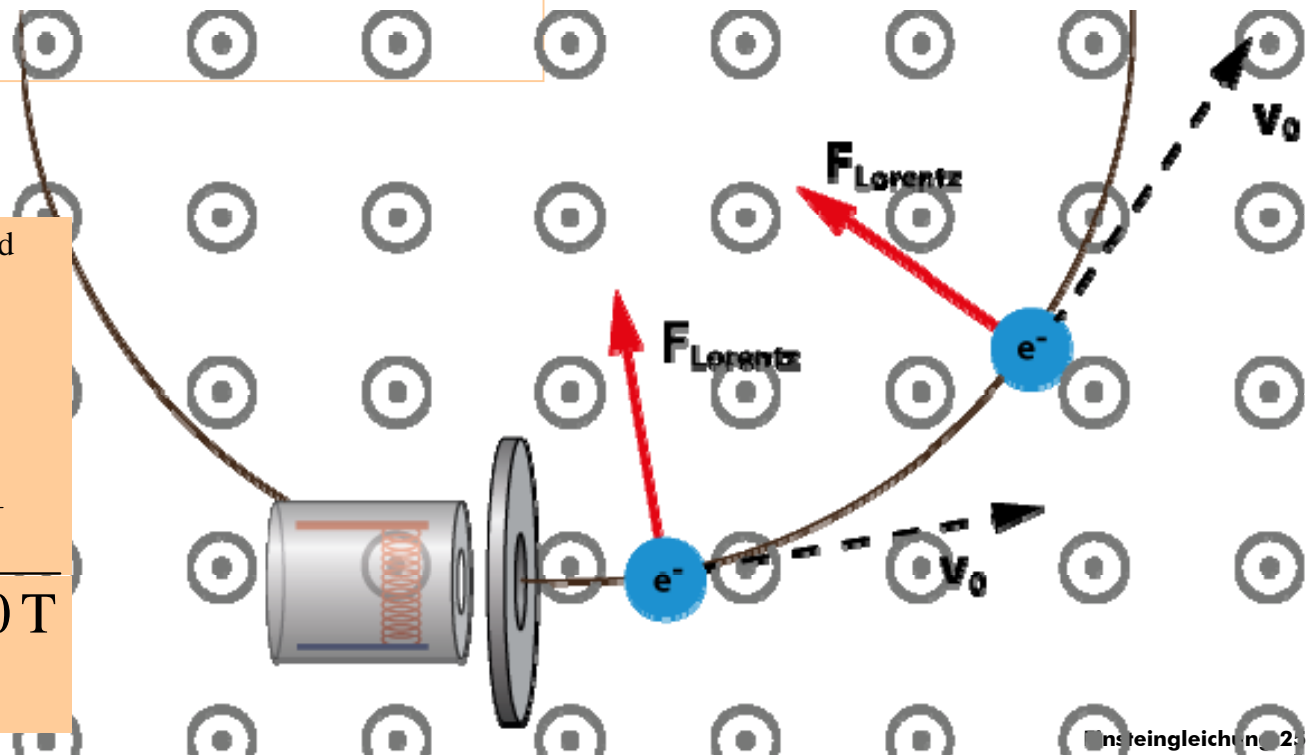
klassischer Radius im 2T-Magnetfeld

$$r_{nrel} = \frac{m_0 v_q}{q_e B_M} = \frac{p_{nrel}}{q_e B_M}$$

$$17 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$r_{nrel} = \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2.0 \text{ T}}$$

$$r_{nrel} = 0.53 \text{ cm}$$

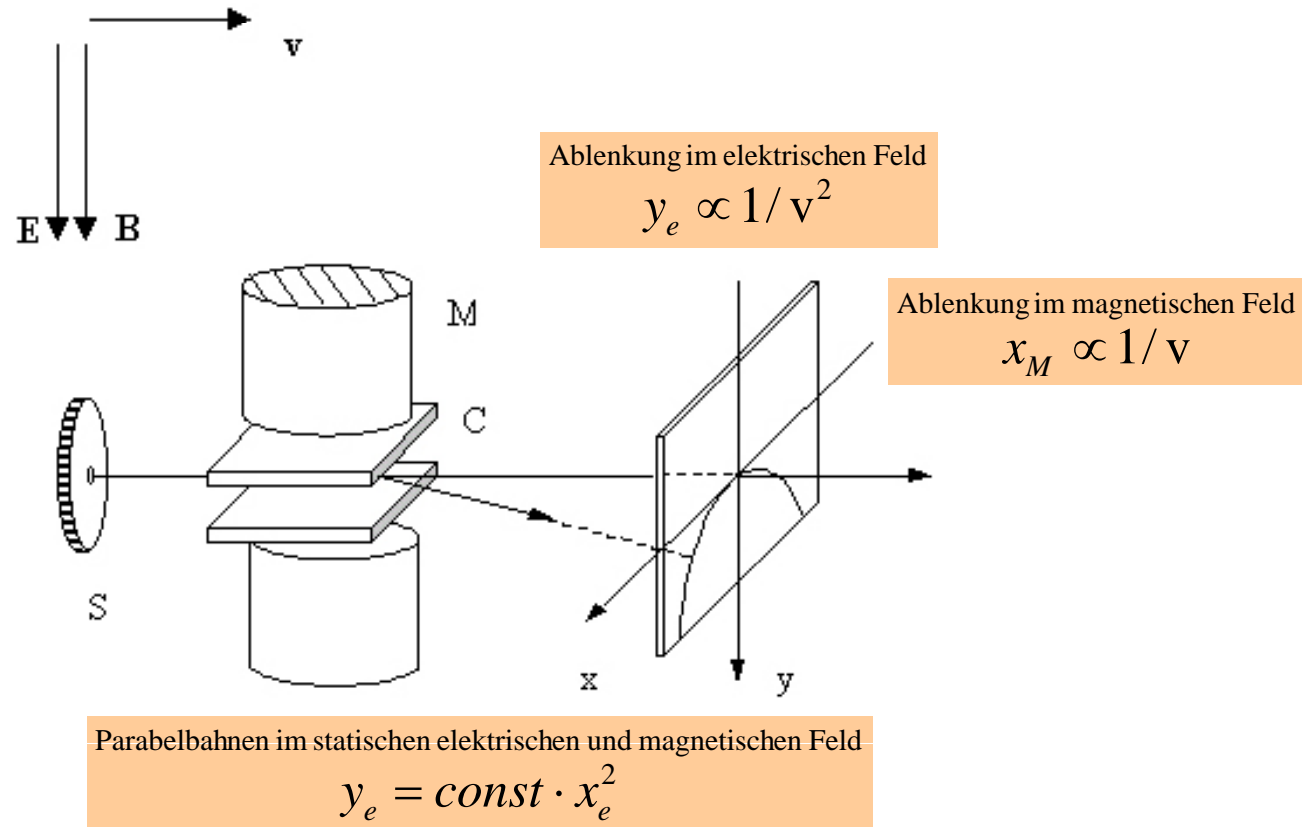


Andere Möglichkeit der Analyse von Energie und Impuls

Thomson parabola spectrometer

Symptome

Schnelle Teilchen werden in einem parallelem elektrischen und magnetischen Feld analysiert

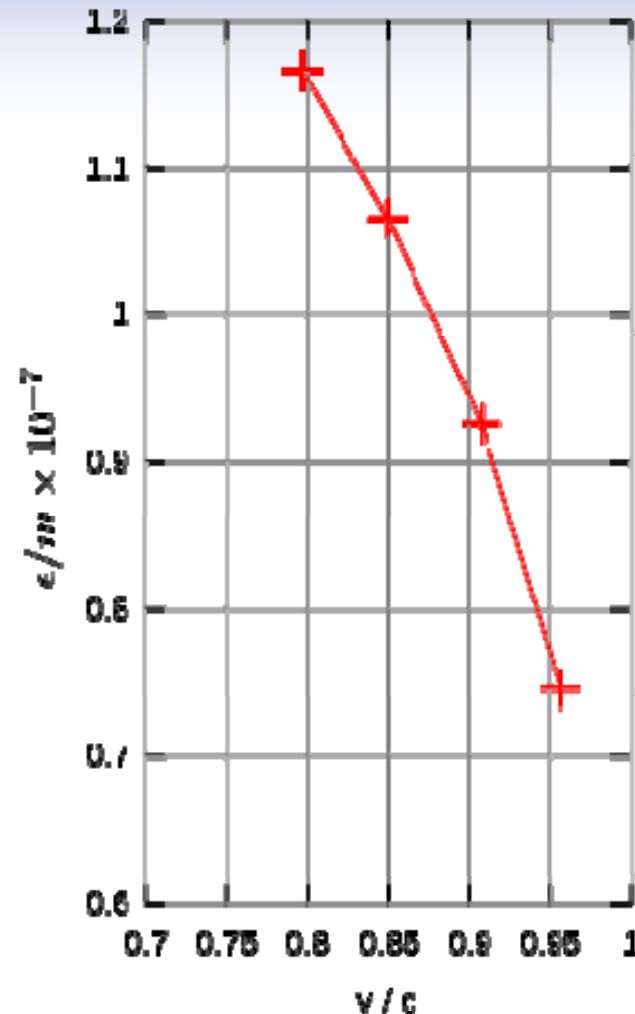


Diagnose

- elektrisches Feld lenkt die Teilchen in der vertikalen Ebene ab und analysiert kinetische Energie
- magnetisches Feld lenkt Teilchen in der horizontalen Ebene ab und analysiert Impuls
- als Resultat der sich überlagernden Felder ergeben sich Parabelbahnen
- Konstante hängt von Geometrie des Instruments und dem Ladung-zu-Masse Verhältnis ab

1901-1915

Kaufmann-Bucherer-Neumann Experimente



Diagnose

- Abnahme e/m Verhältnis bei Geschwindigkeit an β -Teilchen nahe Lichtgeschwindigkeit
- Masse des Elektrons erhöht sich mit höherer Geschwindigkeit des Teilchens

Thema $E=mc^2$

Masse





Küchenchemie

Kuchen backen

**In der klassischen Küche sicherlich richtig
200 g Mehl+50g Butter + 50 g Eier = 300g Teig**



Diagnose

Nach Relativitätstheorie ist Summe der Massen der Einzelteile geringer als Masse des Produkts

Grundfeste der Chemie

Massenerhaltung



Prinzip der Massenerhaltung (1789)

Nichts wird bei Operationen künstlicher oder natürlicher Art geschaffen und es kann als Axiom angesehen werden, dass bei jeder Operation eine gleiche Quantität Materie vor und nach der Operation existiert

Antoine-Laurent Lavoisier
1793-1794

Das Gesetz der konstanten Proportionen (1794)

Elemente in chemischer Verbindung kommen immer im gleichen Massenverhältnis vor



Joseph Louis Proust
1754-1826

example

chemische Zusammensetzung
Natriumchlorid

Na (40%) + Cl (60%)

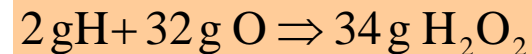
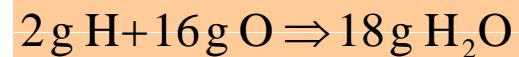
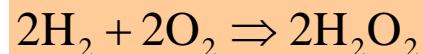
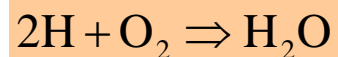


John Dalton
1766-1844

Gesetz der multiplen Proportionen (1803)

Vereinen sich zwei Elemente zu mehreren Verbindungen, so stehen die betreffenden Gewichtsverhältnisse im Verhältnis einfacher kleiner Zahlen

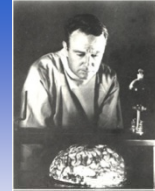
example





relativistisches Gedankenexperiment

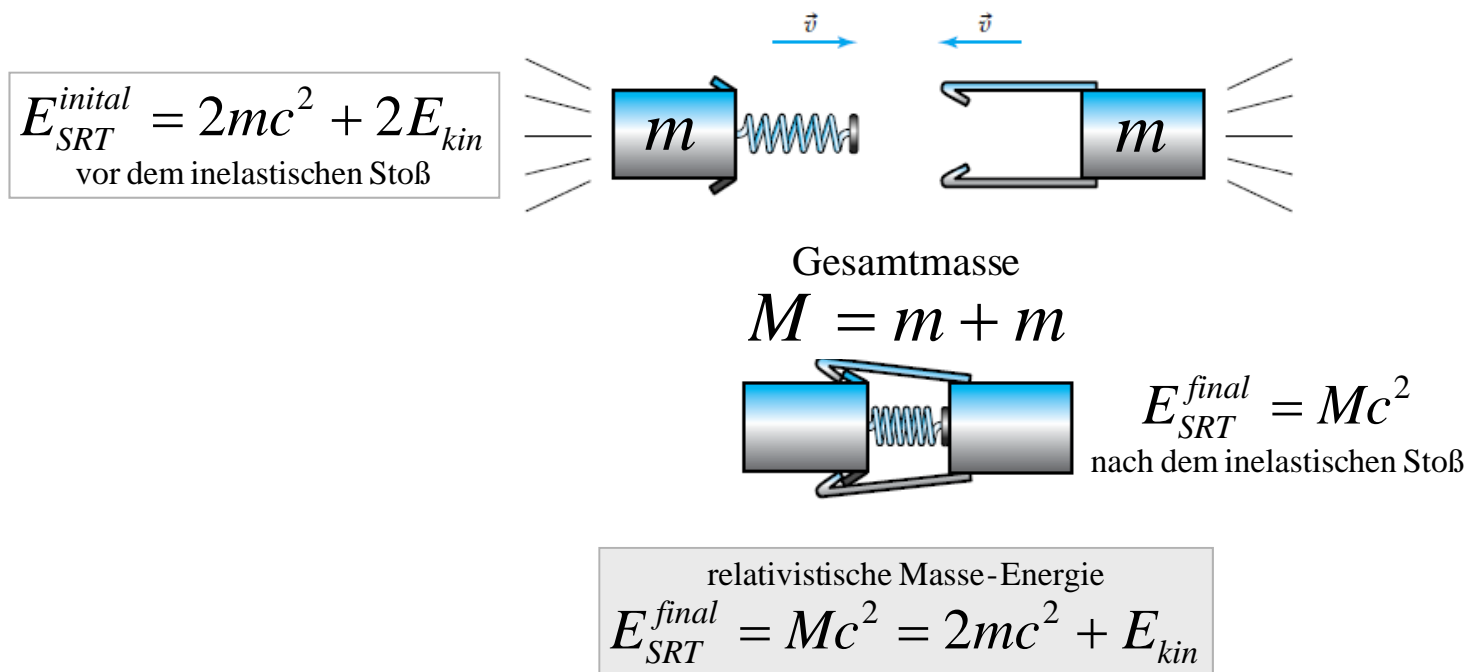
Massenzuwachs



Symptome

- Joules Wärmeäquivalent (1850) liefert Erkenntnis: Wärme ist Form von Energie
- in der Relativitätstheorie müssen Energie- und Impulserhaltungssatz modifiziert werden
- Energie und Impuls sind nicht mehr unabhängig voneinander
- Masse ist eine andere Form potenzieller Energie

Betrachte inelastischen Stoß, bei dem die kinetische Energie in potenzielle Energie umgewandelt wird



Diagnose

Durch inelastischen Stoß hat sich Masse Gesamtobjekts um Betrag kinetischer Energie erhöht

Sprinter, relativistisch betrachtet

Massenzuwachs

relativistische Masse-Energieänderung

$$\Delta M = M - 2m$$

$$\Delta M = \frac{2E_{kin}}{c^2}$$

relative Masse-Energieänderung

$$\frac{\Delta M}{2m} = \frac{M - 2m}{2m}$$

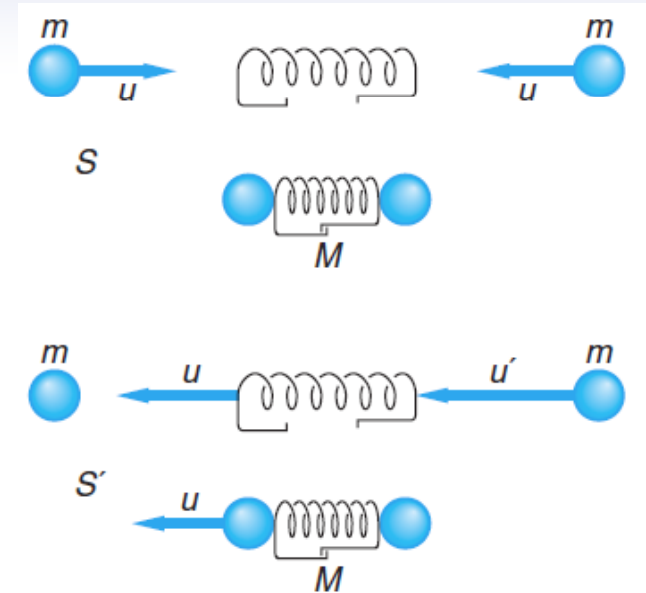
$$\frac{\Delta M}{2m} = \frac{2E_{kin}}{c^2} \frac{1}{2m} = \frac{E_{kin}}{mc^2}$$



relative Masse-Energieänderung von Ursian Bolt

$$\frac{\Delta M_{Bolt}}{2m_{Bolt}} = \frac{1}{2} m_{Bolt} v_{Bolt}^2 \frac{1}{m_{Bolt} c^2} = \frac{1}{2} \frac{v_{Bolt}^2}{c^2}$$

$$\frac{\Delta M_{Bolt}}{2m_{Bolt}} = \frac{1}{2} \frac{(10 \text{ m/s})^2}{(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} = 6 \cdot 10^{-16}$$



Diagnose

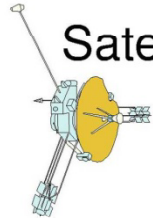
Änderung der Masse-Energie ist im Alltag vernachlässigbar gering

relativistisch betrachtet Masse



Auto

100 km/h



Satellit

16 km/s



Elektronen



299 792,40 km/s



Elektronen



299 792,44 km/s



$m_0 = 75 \text{ kg}$

75,000000000000003 kg
 $\gamma = 1, \Delta m = 0.3 \text{ ng}$



75,0000001 kg
 $\gamma = 1, \Delta m = 0.1 \text{ mg}$



117 417 kg
 $\gamma = 1566$



249 511 kg
 $\gamma = 3327$

relativistisch betrachtet Energieerhaltung

Symptome

In abgeschlossenem System ist Summe kinetischer und potenzieller Energie konstant

Gesamtenergie eines Systems

$$E_{ges} = E_0 + E_{kin} = \gamma_{SRT} E_0$$

chemische oder nukleare Reaktion

$$E_0^{initial} = E_0^{final} + Q_{reaction}$$

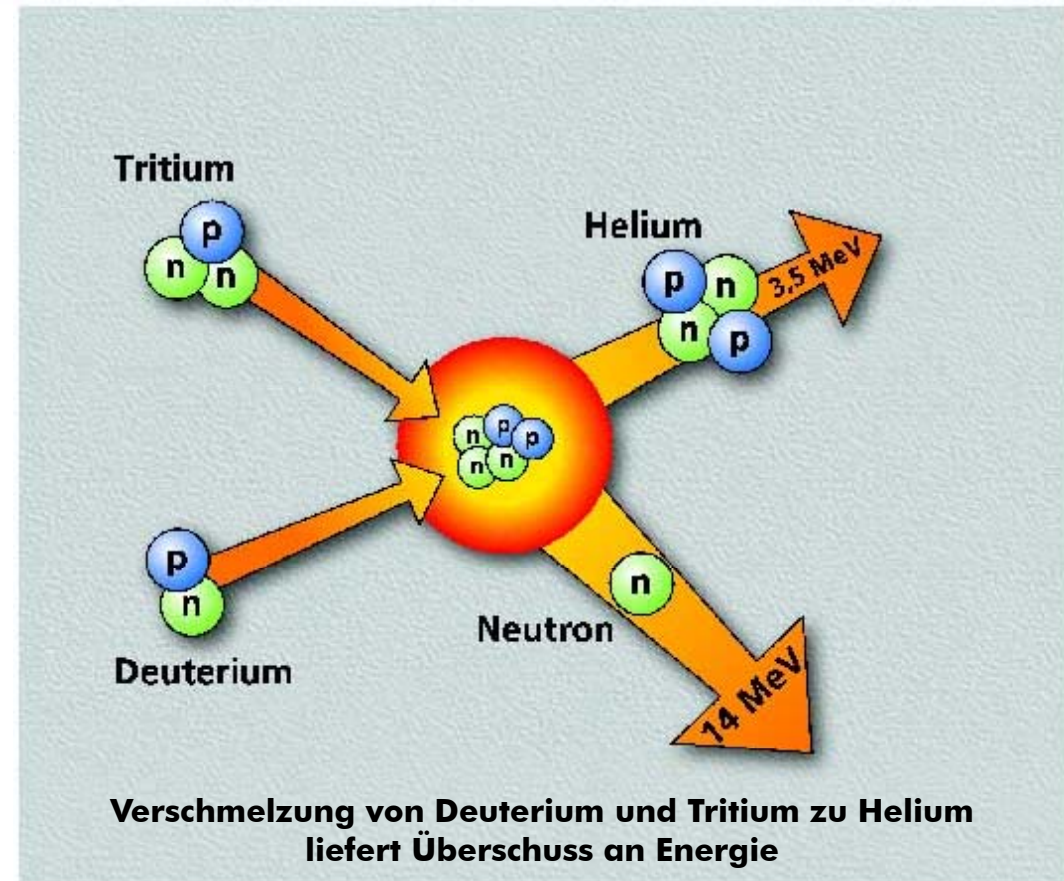
$$m_{initial} c^2 = m_{final} c^2 + Q_{reaction}$$

$$Q_{reaction} = -(m_{final} - m_{initial}) c^2$$

$$\Delta m = m_{final} - m_{initial}$$

$$Q_{reaction} = -\Delta m c^2$$

$Q_{reaction}$ positiv: Transformation Energie in Masse
 $Q_{reaction}$ negativ: Transformation Masse in Energie



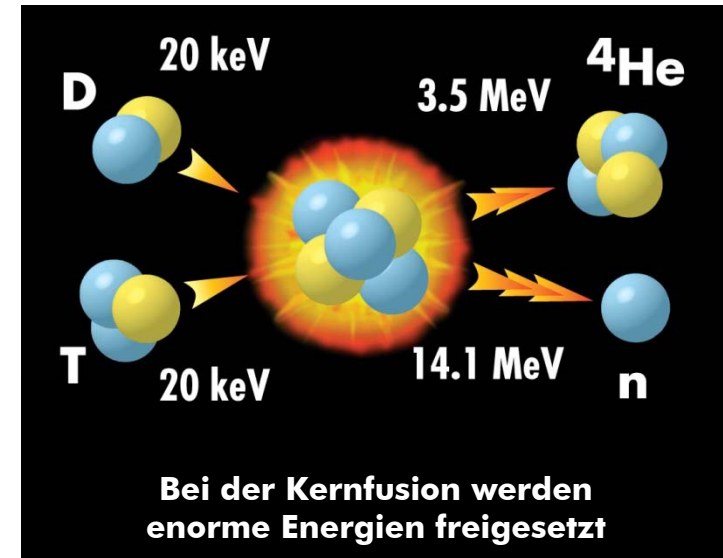
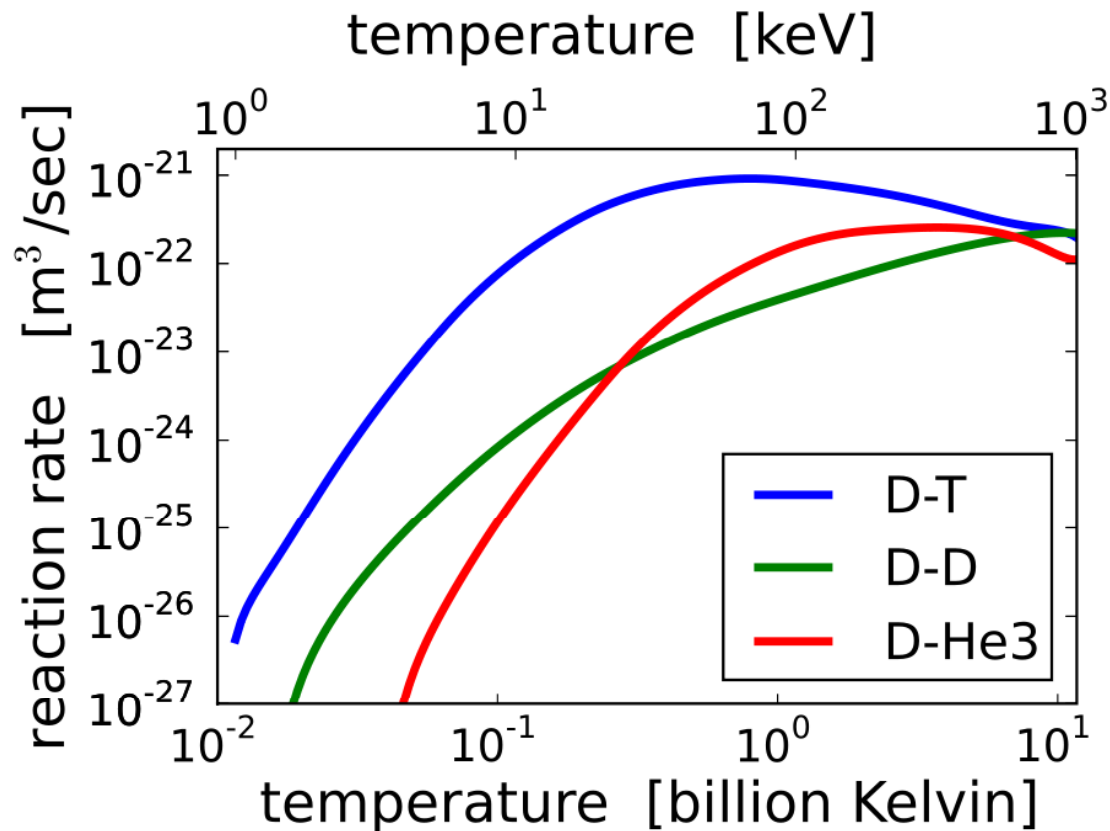
Diagnose

- **Energietransfer von Masse (Ruheenergie) in andere Energieform kostet Energie**
- **Energieerhaltungssatz fordert, dass Aufnahme von Energie durch Körper die Masse verringert**

relativistisch betrachtet Energieerhaltung

Symptome

In Sonne wird Energie bei Fusion von leichten Atomkernen freigesetzt
- Deuterium und Tritium



Diagnose

Thermischer Energie muss aufgewendet werden, um Fusionsreaktion auszulösen

PERIODENSYSTEM DER ELEMENTE

<http://www.periodni.com/de/>

| GRUPPE | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|----------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|---|-----------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|--|---------------------------------------|--|---------------------------------------|
| PERIODEN | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 1 | 1 1.0079 H WASSERSTOFF | 2 4.0026 He HELIUM | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 3 6.941 Li LITHIUM | 4 9.0122 Be BERYLLIUM | | | | | | | | | | | 5 10.811 B BOR | 6 12.011 C KOHLENSTOFF | 7 14.007 N STICKSTOFF | 8 15.999 O SAUERSTOFF | 9 18.998 F FLUOR | 10 20.180 Ne NEON |
| 3 | 11 22.990 Na NATRIUM | 12 24.305 Mg MAGNESIUM | | | | | | | | | | | 13 26.982 Al ALUMINIUM | 14 28.086 Si SILIZIUM | 15 30.974 P PHOSPHOR | 16 32.065 S SCHWEFEL | 17 35.453 Cl CHLOR | 18 39.948 Ar ARGON |
| 4 | 19 39.098 K KALIUM | 20 40.078 Ca CALCIUM | 21 44.956 Sc SCANDIUM | 22 47.867 Ti TITAN | 23 50.942 V VANADIUM | 24 51.996 Cr CHROM | 25 54.938 Mn MANGAN | 26 55.845 Fe EISEN | 27 58.933 Co KOBALT | 28 58.693 Ni NICKEL | 29 63.546 Cu KUPFER | 30 65.38 Zn ZINK | 31 69.723 Ga GALLIUM | 32 72.64 Ge GERMANIUM | 33 74.922 As ARSEN | 34 78.96 Se SELEN | 35 79.904 Br BROM | 36 83.798 Kr KRYPTON |
| 5 | 37 85.468 Rb RUBIDIUM | 38 87.62 Sr STRONTIUM | 39 88.906 Y YTTRIUM | 40 91.224 Zr ZIRKON | 41 92.906 Nb NIOB | 42 95.96 Mo MOLYBDÄN | 43 (98) Tc TECHNETIUM | 44 101.07 Ru RUTHENIUM | 45 102.91 Rh RHODIUM | 46 106.42 Pd PALLADIUM | 47 107.87 Ag SILBER | 48 112.41 Cd KADMIUM | 49 114.82 In INDIUM | 50 118.71 Sn ZINN | 51 121.76 Sb ANTIMON | 52 127.60 Te TELLUR | 53 126.90 I IOD | 54 131.29 Xe XENON |
| 6 | 55 132.91 Cs CÄSIUM | 56 137.33 Ba BARIUM | 57-71 La-Lu Lanthaniden | 72 178.49 Hf HAFNIUM | 73 180.95 Ta TANTAL | 74 183.84 W WOLFRAM | 75 186.21 Re RHENIUM | 76 190.23 Os OSMIUM | 77 192.22 Ir IRIDIUM | 78 195.08 Pt PLATIN | 79 196.97 Au GOLD | 80 200.59 Hg QUECKSILBER | 81 204.38 Tl THALLIUM | 82 207.2 Pb BLEI | 83 208.98 Bi BISMUT | 84 (209) Po POLONIUM | 85 (210) At ASTAT | 86 (222) Rn RADON |
| 7 | 87 (223) Fr FRANCIUM | 88 (226) Ra RADIUM | 89-103 Ac-Lr Actiniden | 104 (267) Rf RUTHERFORDIUM | 105 (268) Db DUBNIUM | 106 (271) Sg SEABORGIUM | 107 (272) Bh BOHRIUM | 108 (277) Hs HASSIUM | 109 (276) Mt MEITNERIUM | 110 (281) Ds DARMSTADIUM | 111 (280) Rg ROENTGENIUM | 112 (285) Cn COPERNICIUM | 113 (...) Uut UNUNTTRIUM | 114 (287) Fl FLEROVIUM | 115 (...) Uup UNUNPENTIUM | 116 (291) Lv LIVERMORIUM | 117 (...) Uus UNUNSEPTIUM | 118 (...) Uuo UNUNOCTIUM |

LANTHANIDEN

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|
| 57 138.91 La LANTHAN | 58 140.12 Ce CER | 59 140.91 Pr PRASEODYM | 60 144.24 Nd NEODYM | 61 (145) Pm PROMETHIUM | 62 150.36 Sm SAMARIUM | 63 151.96 Eu EUROPIUM | 64 157.25 Gd GADOLINIUM | 65 158.93 Tb TERBIUM | 66 162.50 Dy DYSPROSIUM | 67 164.93 Ho HOLMIUM | 68 167.26 Er ERBIUM | 69 168.93 Tm THULIUM | 70 173.05 Yb YTTERBIUM | 71 174.97 Lu LUTETIUM |
|-----------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|

(1) Pure Appl. Chem., 81, No. 11, 2131-2156 (2009)

Die relative Atommasse wird auf fünf Stellen angezeigt. Für Elemente ohne stabile Isotope ist die Atommasse des stabilsten Isotops in Klammern gezeigt. Bei diesen Elementen ist die relative Atommasse in Klammern angegeben.

Diagnose

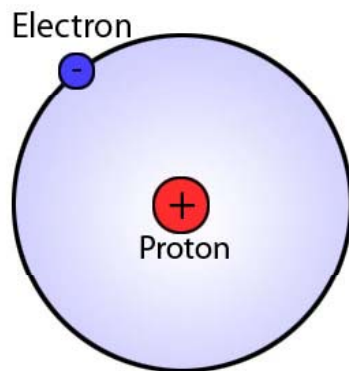
- nur wenige Elemente wie Gold haben nur ein einziges Isotop
- Au hat 79 Protonen und 118 Neutronen und sollte Masse von 197 amu aufweisen
- tatsächlich bestimmt man die Masse des Goldatoms mit 196.97

relativistisch betrachtet Massen vs Energie

elektro

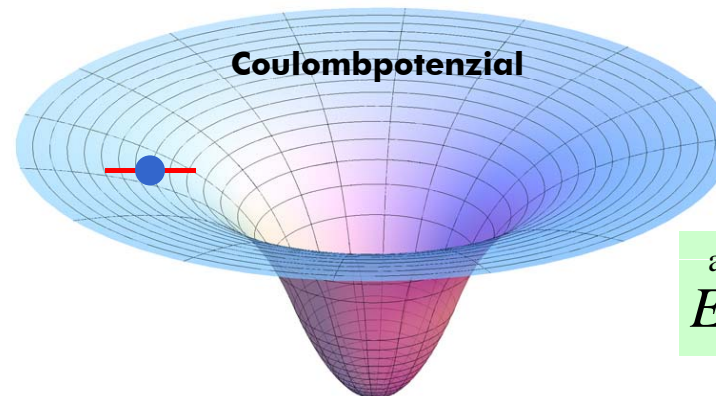
Symptome

- potenzielle Energie steigt an, wenn man die Ladungen separiert
- Gesamtenergie bleibt erhalten obwohl sich Abstand erhöht hat



Potenzielle Energie im Wasserstoffatom

$$E_{pot} = V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{Bohr}} \Rightarrow r \rightarrow \infty$$



atomare Bindungsenergie

$$E_{Bohr} = -13.6 \text{ eV}$$

relativistische Bindungsenergie

$$\Delta E_{SRT} = (m_e + m_p - m_H) c^2$$

Diagnose

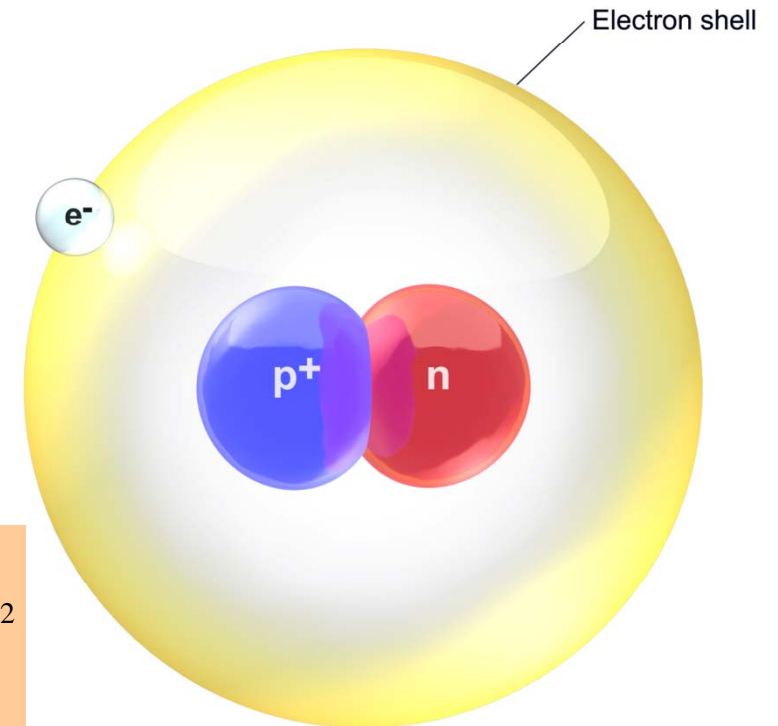
- im Wasserstoffatom bindet Elektron an Proton mit Energie von 13.6 eV
- Energieanstieg bei Separation wird den Massen zugeführt
- Einzelteile werden um 13.6 eV schwerer

relativistisch betrachtet Deuterium

elektro

Symptome

Deuterium ist ein sogenanntes Isotop des Wasserstoff und besitzt ein zusätzlich Neutron im Kern



**Hydrogen-2,
deuterium**
mass number: 2

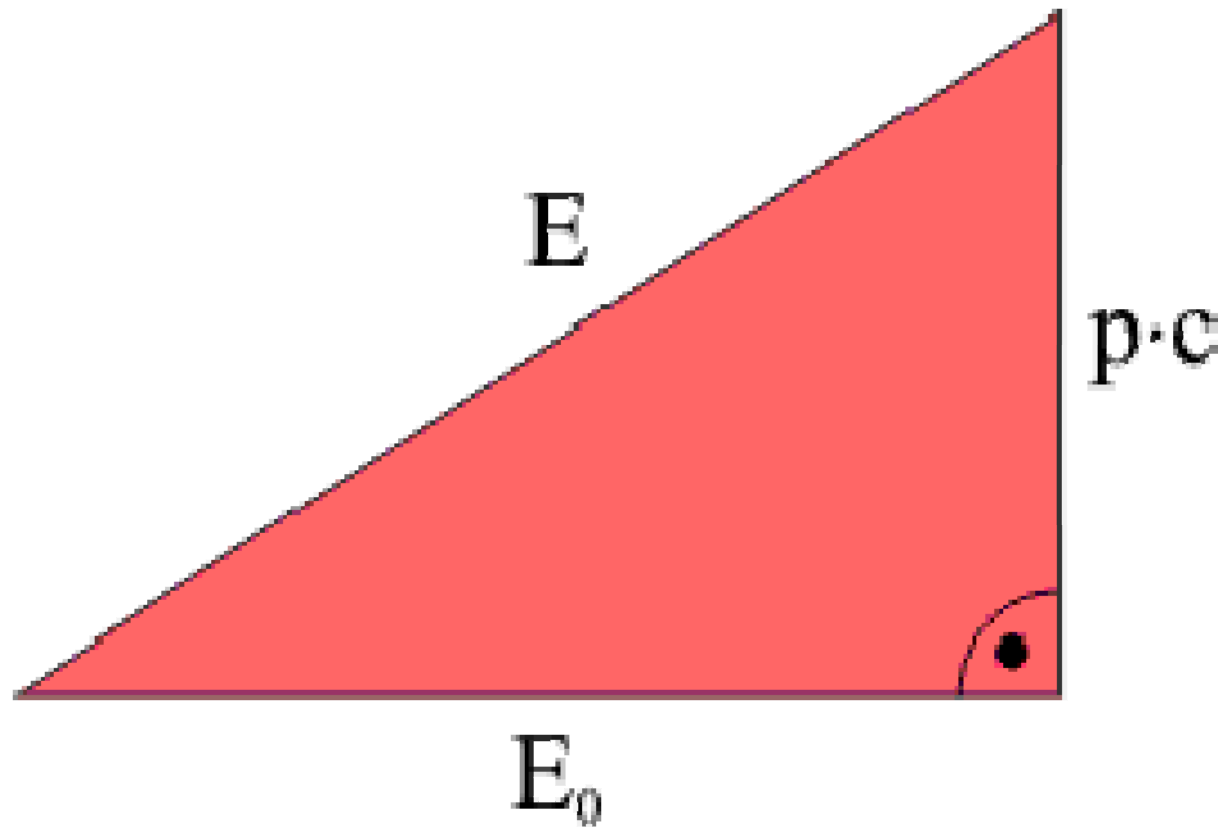
$$BE_H = \left(939.57 \frac{\text{MeV}}{c^2} + 938.28 \frac{\text{MeV}}{c^2} - 1875.63 \frac{\text{MeV}}{c^2} \right) c^2$$

$$BE_H = \left(1877.85 \frac{\text{MeV}}{c^2} - 938.79 \frac{\text{MeV}}{c^2} \right) c^2 = 2.22 \text{ MeV}$$

Diagnose

- Bindungsenergie im Kern ist signifikant höher (MeV gegenüber eV)
- Reduzierung der Masse durch Wechselwirkungskräfte nennt sich **MASSENDEFEKT**
- näheres dazu im Kapitel Kernphysik

Thema $E=mc^2$
Energie-Impulssatz



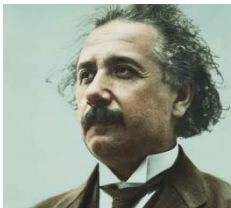


relativistisch betrachtet Kinetische Energie



Kinetische Energie in klassischer Physik

$$E_{kin}^{nrel} = \frac{1}{2}mv^2$$



Einstein

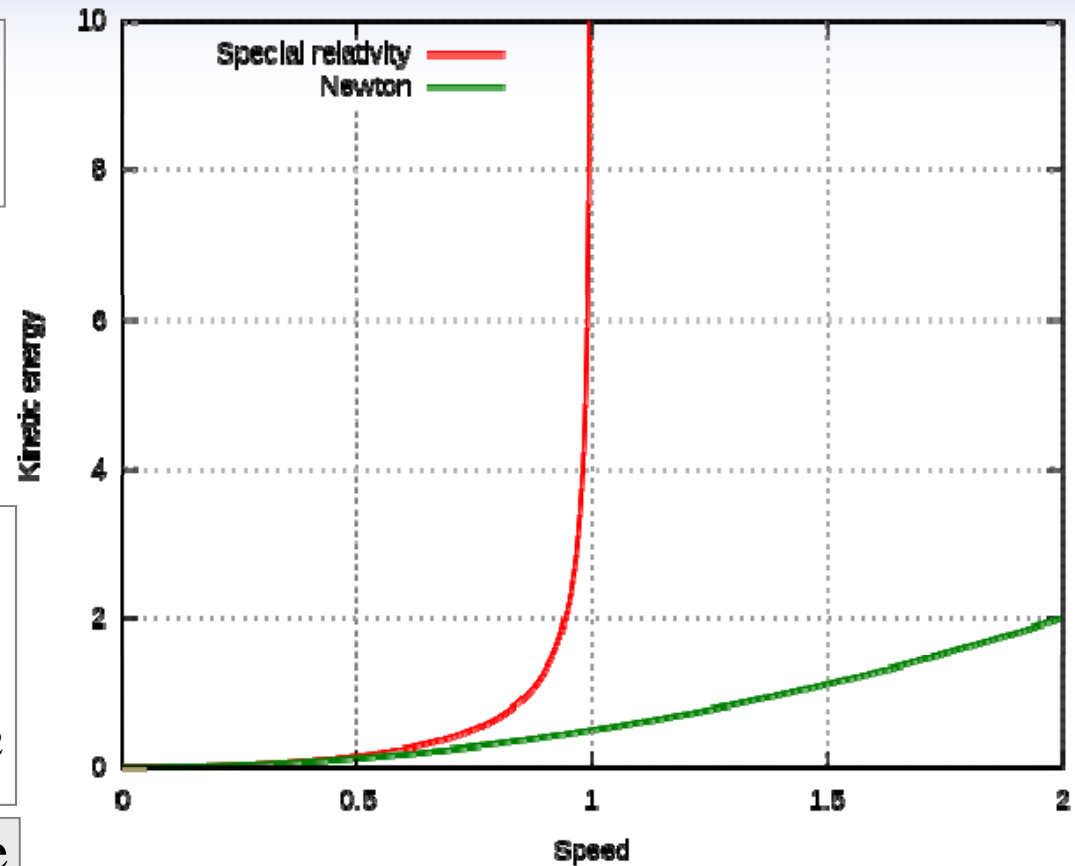
$$E_{SRT} = E_0 + E_{kin}$$

$$\gamma_{SRT} E_0 = E_0 + E_{kin}$$

$$E_{kin} = \gamma_{SRT} m_0 c^2 - m_0 c^2$$

relativistische kinetische Energie

$$E_{kin} = m_0 c^2 (\gamma_{SRT} - 1)$$



Diagnose

- im Grenzfalle geringer Energien gilt klassischer Ausdruck
- Körper auf relativistische Geschwindigkeiten zu beschleunigen kostet enorme Energiemenge



klassischer Grenzwert relativistischer Bewegung Newtons kinetische Energie

relativistische kinetische Energie

$$E_{kin} = m_0 c^2 (\gamma_{SRT} - 1)$$

Entwickle γ in Potenzreihe für $\frac{v}{c} \ll 1$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

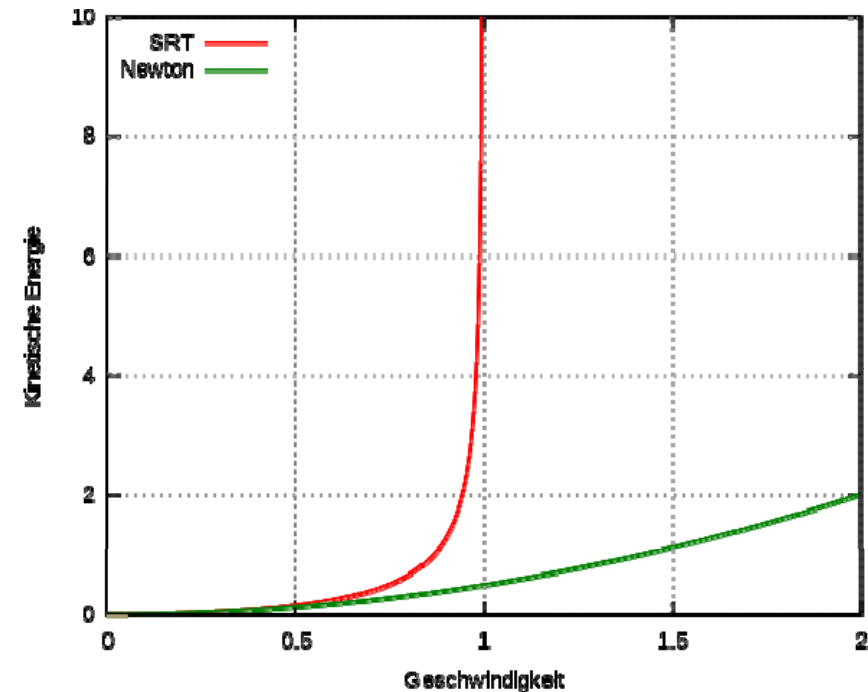
Wissenschaftsjahr 2008
Mathematik
Alles, was zählt

Potenzreihenentwicklung

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \alpha}} = 1 + \frac{1}{2}\alpha + \frac{3}{8}\alpha^2 + \dots$$

$$E_{kin}^{SRT} = m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 + \frac{3}{8} \left(\frac{v}{c} \right)^4 + \dots - 1 \right)$$

$$E_{kin}^{SRT} \approx \frac{1}{2} m_0 v^2 \text{ für } v \ll c$$



Diagnose

Im Grenzfall kleiner Geschwindigkeiten

ergibt sich aus relativistischer kinetischer Energie der klassische Ausdruck nach Newton



relativistisch betrachtet Energie-Impuls Erhaltungssatz

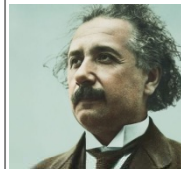
Symptome

In elastischen und inelastischen Stößen gelten Energie- und Impulserhaltung



Newton sagt

$$E_{kin}^{nrel} = \frac{p_{Newton}^2}{2m}$$



Einstein sagt

$$p_{SRT} = \gamma_{SRT} m_{object} v_{object} \quad |_{quadrieren}$$

$$p_{SRT}^2 = \gamma_{SRT}^2 m_{object}^2 v_{object}^2 \quad |_{*c^2}$$

$$p_{SRT}^2 c^2 = \gamma_{SRT}^2 m_{object}^2 v_{object}^2 c^2 = \gamma_{SRT}^2 m_{object}^2 c^4 \frac{v_{object}^2}{c^2}$$

Gammafaktor

$$\gamma_{SRT}^2 = \frac{1}{1 - \beta_{SRT}^2} \Leftrightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma_{SRT}^2} \Leftrightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma_{SRT}^2}$$

$$p_{SRT}^2 c^2 = \gamma_{SRT}^2 m_{object}^2 c^4 \left(1 - \frac{1}{\gamma_{SRT}^2} \right)$$

$$p_{SRT}^2 c^2 = \gamma_{SRT}^2 m_{object}^2 c^4 - m_{object}^2 c^4$$

$$p_{SRT}^2 c^2 = \gamma_{SRT}^2 m_{object}^2 c^4 - m_{object}^2 c^4$$

$$p_{SRT}^2 c^2 = E_{SRT}^2 - m_{object}^2 c^4$$

relativistischer Zusammenhang zwischen Energie und Impuls

relativistische Energie

$$E_{SRT} = \gamma_{SRT} m c^2$$

relativistischer Energie-Impulssatz

$$E_{SRT}^2 = p_{SRT}^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

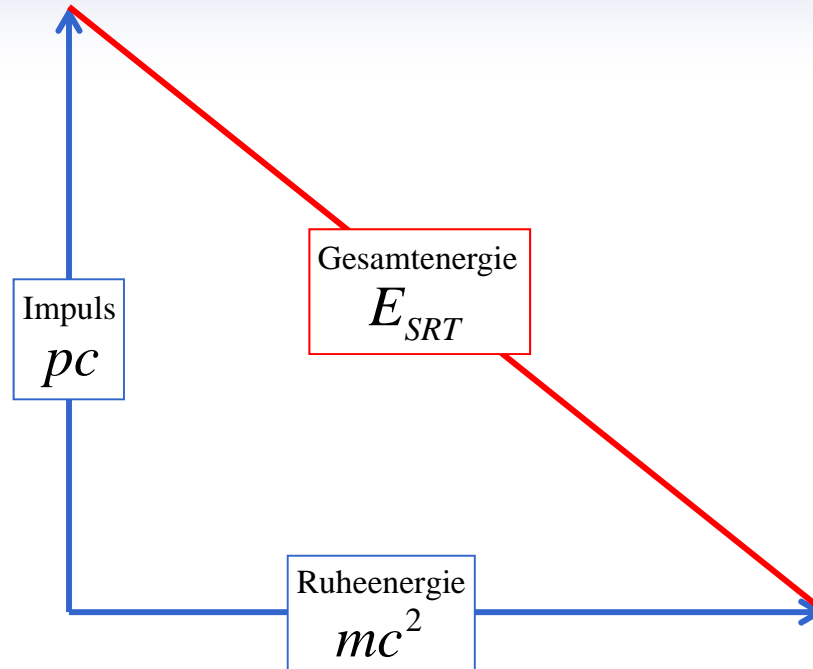
sieht aus wie Satz von Pythagoras

Diagnose

- Gesamtenergie eines Systems setzt sich zusammen aus Beträgen aus Ruheenergie und Impuls
- Energie und Impuls sind in spezieller Relativitätstheorie eng verknüpft
- für Lichtgeschwindigkeit gegen UNENDLICH ergibt sich Ergebnis der klassischen Physik

Energie-Impuls Erhaltungssatz

Relativistischer Pythagoras



relativistischer Zusammenhang

$$E_{SRT}^2 = p_{SRT}^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

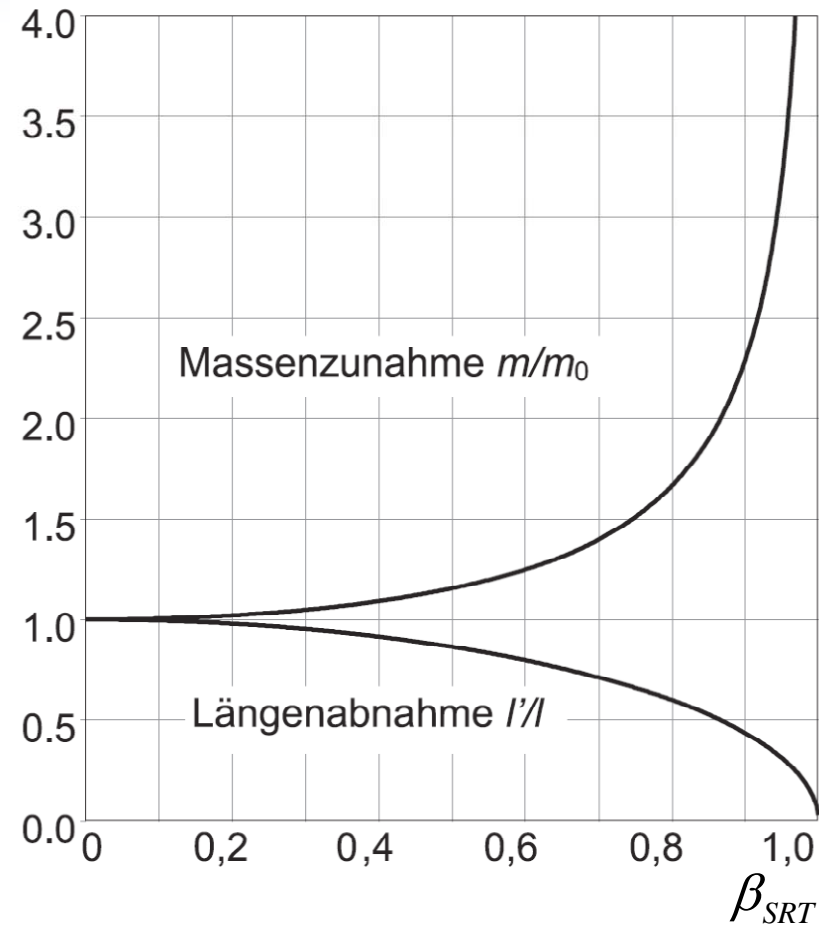
zwischen Energie und Impuls



relativistisch betrachtet Massenzuwachs

Symptome

Körper mit einer Ruhemasse erfährt relativistischen Massenzuwachs



Diagnose

- Massenzunahme und Längenabnahme in Abhängigkeit vom Geschwindigkeitsverhältnis v/c
- Masse Objekt wird schwerer bei gleichzeitiger Erhöhung der Dichte

Einstein spricht Lorentzkraft

Symptome

Geladenes 10 MeV Teilchen tritt mit relativistischem Impuls in Magnetfeld ein

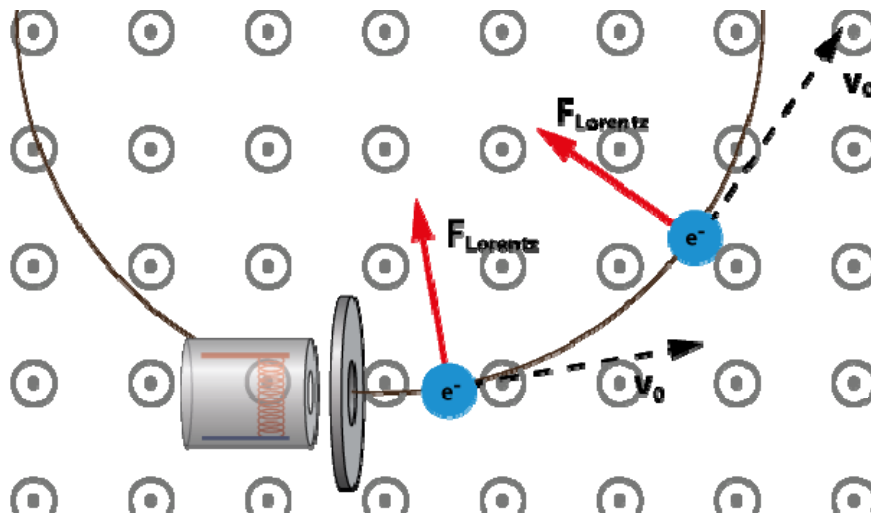
example

relativistischer Impuls nach Einstein

$$p_{nrel} = \frac{1}{c} \sqrt{(E_{kin} + m_0 c^2)^2 - m_0^2 c^4}$$

$$p_{nrel} = \frac{1}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \sqrt{(10 + 0.511)^2 - (0.511)^2} \frac{\text{MeV} \cdot \text{s}}{m} \left(1.16 \cdot 10^{13} \frac{\text{J}}{\text{MeV}} \right)$$

$$p_{nrel} = 5.6 \cdot 10^{-21} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$



relativistischer Radius im 2T-Magnetfeld

$$r_{SRT} = \frac{m_0 v_q}{q_e B_M} = \frac{p_{SRT}}{q_e B_M}$$

$$5.6 \cdot 10^{-21} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$r_{SRT} = \frac{\text{s}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2.0 \text{ T}}$$

$$r_{SRT} = 1.8 \text{ cm}$$

klassische Rechnung lieferte Radius 0.53cm

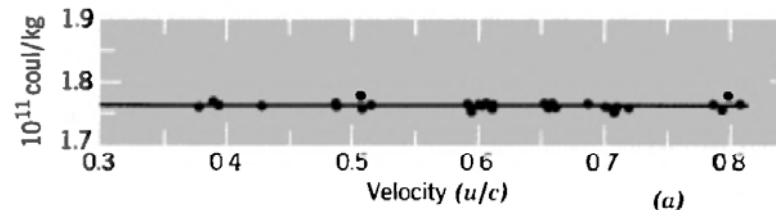


1901-1915

Kaufmann-Bucherer-Neumann Experimente

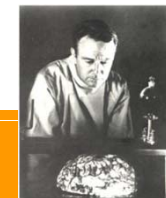
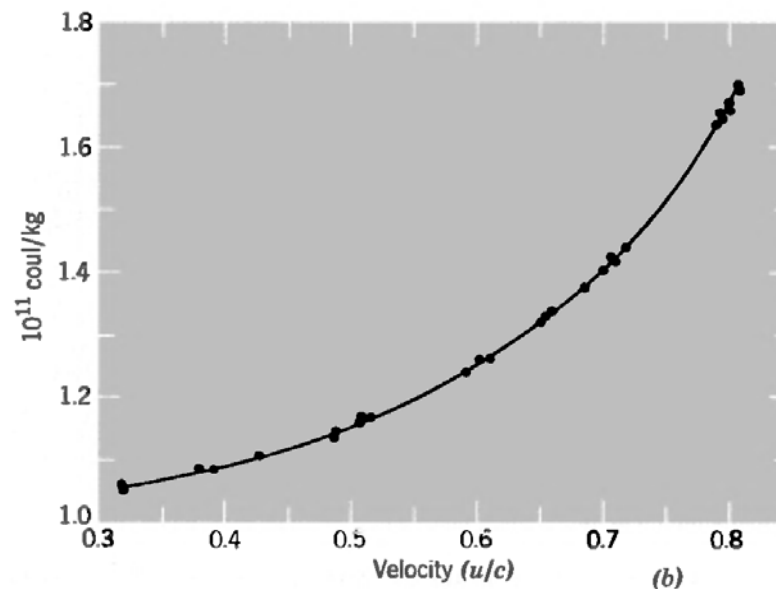
Symptome

- im Kaufmannexperiment wird nicht die Masse des Teilchens, sondern Verhältnis e/m gemessen
- Änderung im Verhalten kann aber nicht Veränderung der Ladung zugeschrieben werden



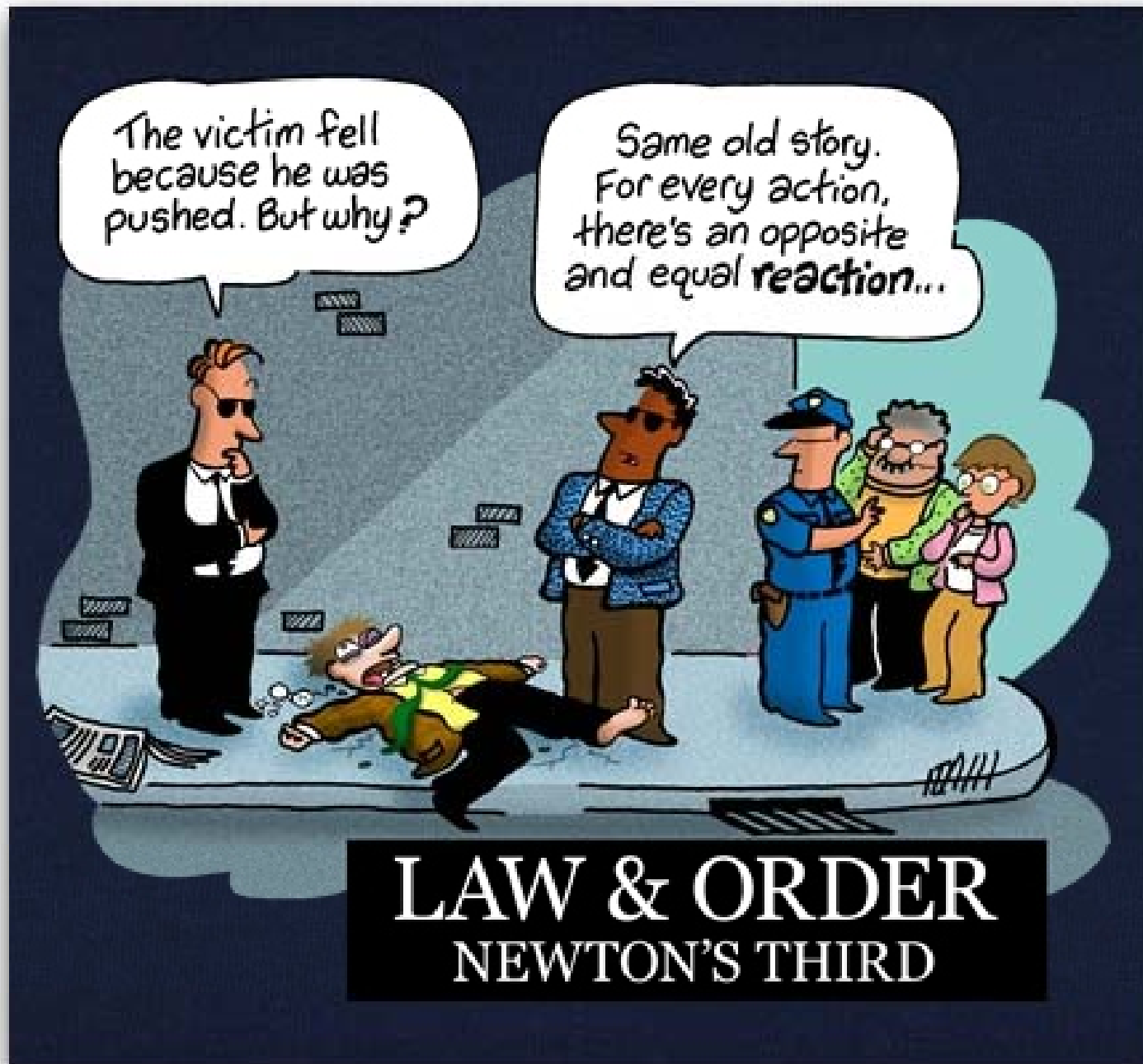
eine solche Gleichung gibt es nicht!

$$e = e_0 \sqrt{1 - \beta_{SRT}}$$



Diagnose

- Wert der Elementarladung ist unabhängig von Geschwindigkeit des Teilchens
- wäre das nicht so, würde sich Ladungszustand neutralen Teilchens bei Bewegung ändern





Mechanik ohne Masse

Newtonsche Geister

Symptome

In der Newtonschen Mechanik gibt es **KEINE** masselosen Teilchen

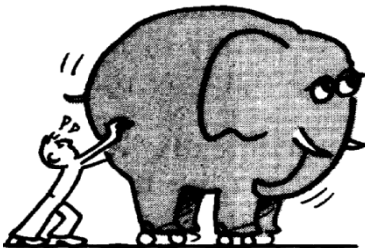
Newtonscher Impuls

$$\vec{p}_{Newton} = m_{object} \vec{v}_{object}$$

Newtonsche kinetische Energie

$$E_{kin}^{Newton} = \frac{1}{2} m_{object} v_{object}^2$$

Newton's Second Law of Motion



Newton 2 : Kraft

$$\vec{F}_{Newton} = m_{object} \vec{a}_{object}$$

Newton 3 : actio = reactio

$$\vec{F}_1 = m_1 \vec{a}_1 = -m_2 \vec{a}_2 = -\vec{F}_2$$



Diagnose

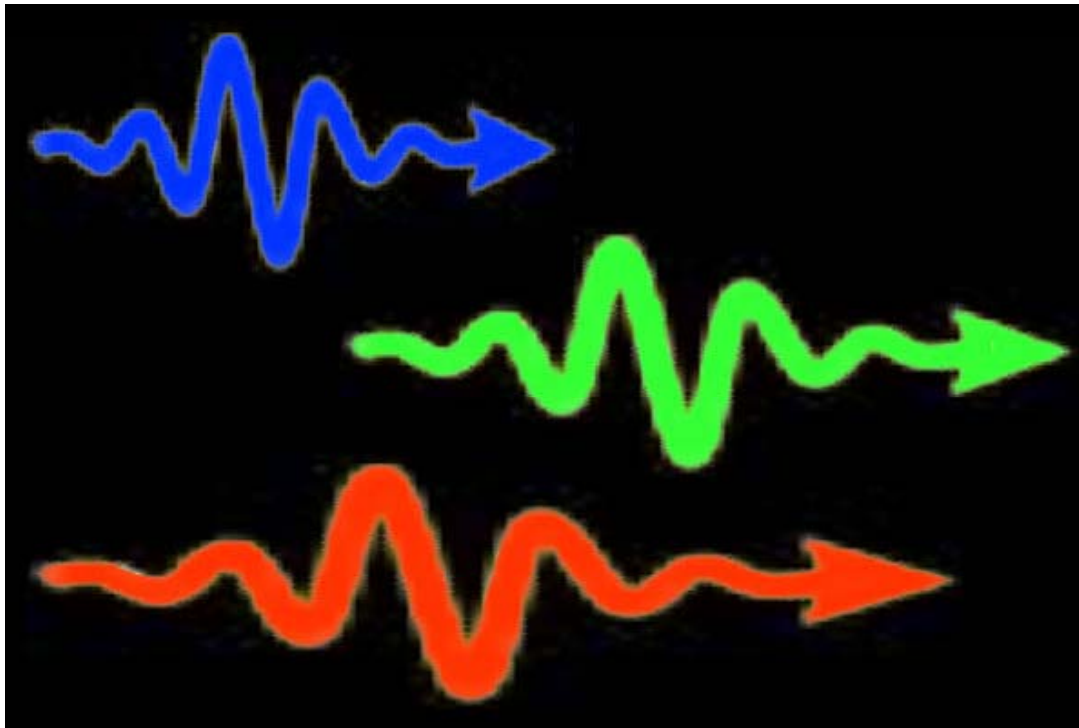
- masselose Teilchen haben keinen Impuls
- masselose Teilchen haben keine kinetische Energie
- Newton 2: masselose Teilchen üben keine Kraft aus
- Newton 3: masselose Teilchen üben keine Kraft auf andere Teilchen aus



relativistisch betrachtet Masselose Teilchen

relativistischer Energie - Impulssatz

$$E_{SRT}^2 = p_{SRT}^2 c^2 + m_0^2 c^4$$



Für masseloses Teilchen gilt

relativistischer Energie-Impulssatz

$$I : E_{SRT} = p_{SRT} c + 0 = \gamma_{SRT} m_0 c^2$$

relativistischer Impuls

$$p_{SRT} = \gamma_{SRT} m_0 v_{object}$$

$$II : p_{SRT} c = \gamma_{SRT} m_0 v_{object} c$$

Vergleich von Gleichungen I+II liefert

$$\gamma_{SRT} m_0 c^2 = \gamma_{SRT} m_0 v_{object} c$$

$$v_{object} = c \text{ und } \gamma_{SRT} m_0 = p_{SRT}$$

Diagnose

- Gleichung erfüllt, wenn sich Teilchen mit Lichtgeschwindigkeit bewegt
- ALLE masselose Teilchen (speziell Photonen) bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit

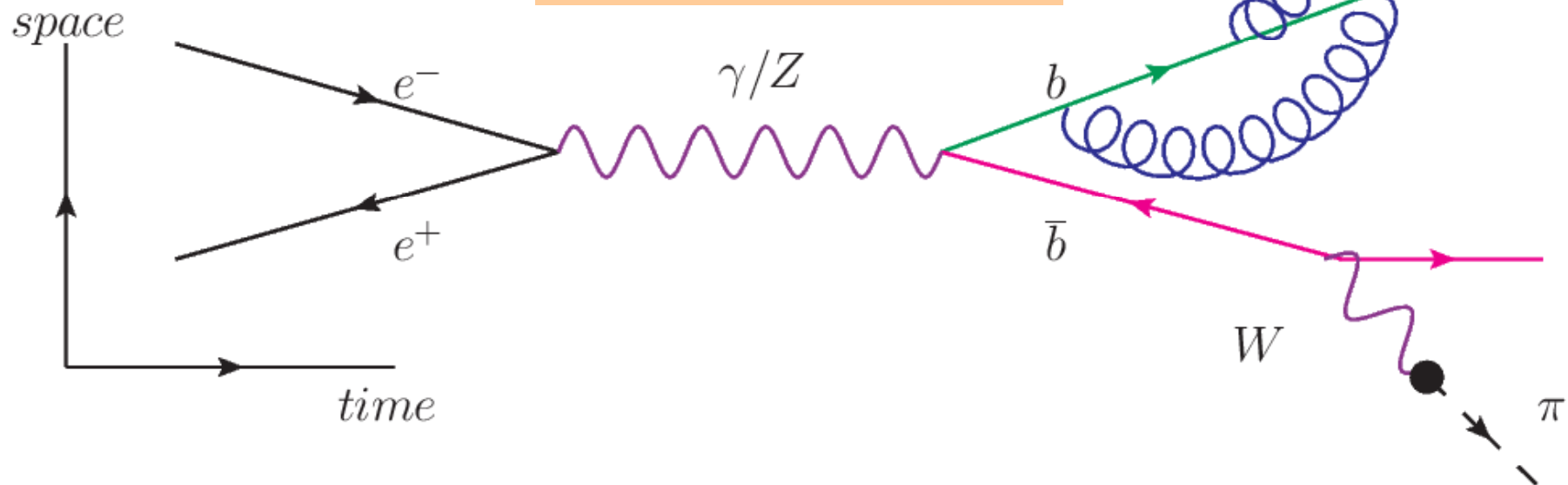
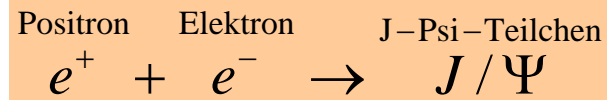


Energie-Impuls-Erhaltung Annihilation

Dimensionsanalyse für relativistische Einheit

Impuls

$$[p_{SRT}] = \left[\frac{\text{Energie}}{\text{Lichtgeschwindigkeit}} \right] = \left[\frac{\text{eV}}{c} \right]$$



Diagnose

Elektron-Positron Stoß bei relativistischem Impuls von 1.55 GeV/c generiert ein neues Teilchen

Energie-Impuls-Erhaltung

Annihilation

Impulserhaltungssatz

$$p_{total} = p_1 + p_2$$

$$p_{total} = 1.55 \text{ GeV}/c - 1.55 \text{ GeV}/c = 0$$

Energieerhaltungssatz

$$E_{total} = E_1 + E_2$$

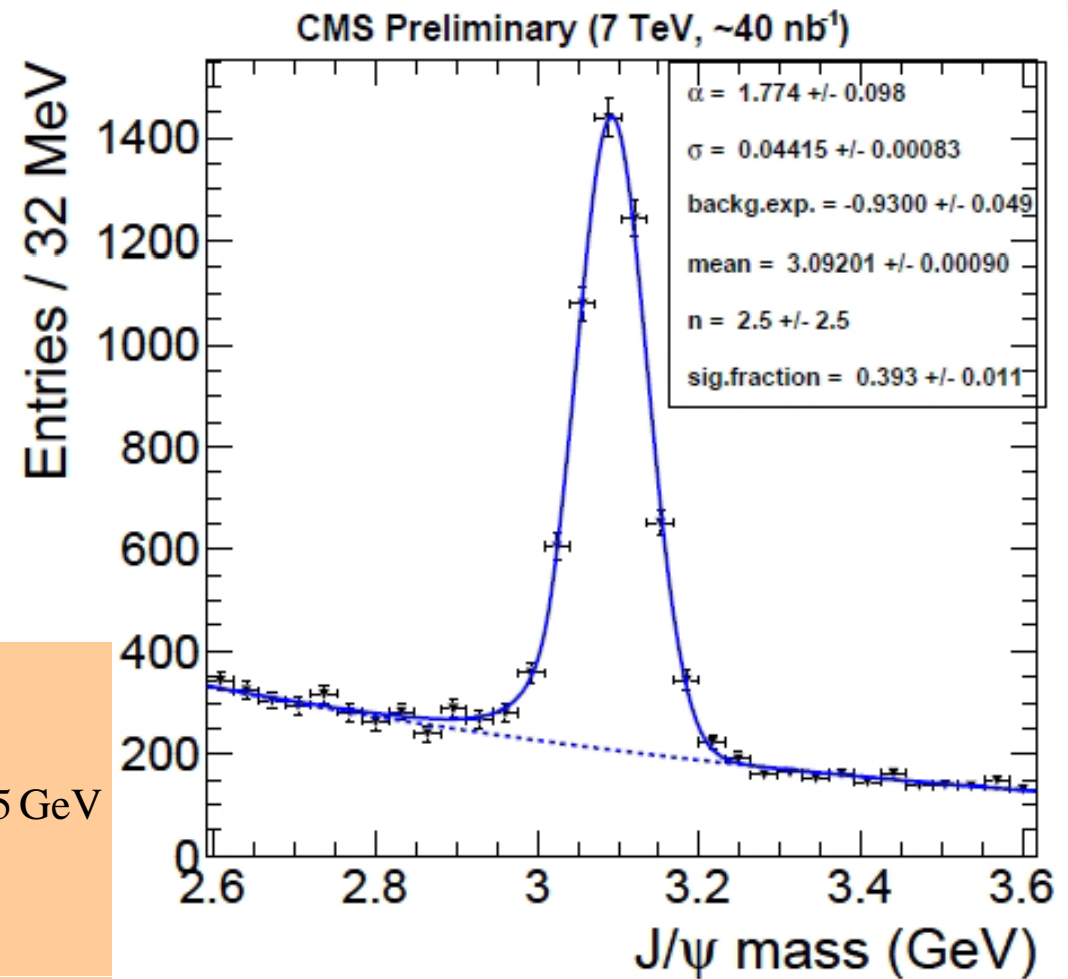
relativistische Energie-Impulsgleichung

$$m_{J/\Psi} c^2 = \sqrt{E_{SRT}^2 - p_{SRT}^2 c^2}$$

$$E_1 = \sqrt{(1.55 \text{ GeV})^2 - (0.000511 \text{ GeV})^2} \approx 1.55 \text{ GeV}$$

$$E_1 = E_2$$

$$m_{J/\Psi} c^2 = E_{total} = 3.1 \text{ GeV}$$



Diagnose

J/Ψ-Teilchen hat Ruhemasse von 3.1 GeV